



Compensación de potencia reactiva mediante bancos asimétricos de capacitores

Ignacio Pérez

Recibido: Octubre del 2008

Aprobado: Diciembre del 2008

Resumen/ Abstract

A pesar de que los sistemas de distribución primaria y secundaria son desbalanceados por naturaleza, la compensación de potencia reactiva en estos sistemas, se realiza comúnmente mediante bancos de condensadores trifásicos balanceados. En este trabajo se presenta la formulación general para el problema de compensación de potencia reactiva en sistemas desbalanceados mediante bancos de condensadores desbalanceados. Se presentan cuatro ejemplos de compensación en el secundario de bancos desbalanceados de transformadores monofásicos. Todos los ejemplos muestran que la compensación por bancos desbalanceados de capacitores incrementa los beneficios con respecto al uso de bancos balanceados

Palabras claves: capacitores, modelo de sistemas de potencia, potencia reactiva, programación cuadrática

In spite of the fact that primary and secondary distribution systems are unbalanced by nature, the reactive power compensation on these systems is commonly developed by the use of balanced capacitor banks. In this paper, the general formulation for the reactive power compensation problem on unbalanced systems with unbalanced capacitor banks is developed. Four examples of reactive power compensation on the secondary of unbalanced three-phase transformers banks are presented. All the examples show that the compensation by unbalanced capacitor banks increases the active power losses saving as well as reduce the transformer's load and contributes to balance the line currents when the load is unbalanced.

Key words: capacitors, power system modeling, reactive power, quadratic programming

INTRODUCCION

Los sistemas eléctricos de potencia son esencialmente trifásicos balanceados en estructura y carga. Menores desbalances como los producidos por las líneas de transmisión no transpuestas, etc. no introducen grandes niveles de asimetría. Sin embargo, los sistemas

eléctricos de distribución primaria y secundaria presentan un alto grado de desbalance que no puede ser ignorado en un análisis riguroso.

Los alimentadores primarios de distribución suministran consumidores residenciales, comerciales e industriales que en esencia pueden representarse como la suma de cargas monofásicas y trifásicas. Tomando en consideración la magnitud de la carga monofásica y trifásica a servir, se emplean bancos simétricos y/o desbalanceados de transformadores monofásicos para suministrar las mismas. Las cargas trifásicas se suministran por transformadores trifásicos o por bancos simétricos de transformadores monofásicos. Combinaciones de cargas trifásicas y monofásicas se suministran por bancos desbalanceados de transformadores monofásicos donde las cargas monofásicas de 120/240 V se alimentan por el transformador de alumbrado que es el de mayor capacidad. Dos transformadores iguales de menor capacidad llamados transformadores de fuerza completan el banco, pero si la carga monofásica supera a la trifásica, puede omitirse uno de los transformadores de fuerza quedando un banco abierto de transformadores. Las cargas monofásicas se alimentan por transformadores monofásicos.

Los sistemas de distribución secundaria que suministran una combinación de cargas monofásicas y trifásicas son más o menos desbalanceados en relación con la magnitud relativa de uno a otro tipo de carga.

Los sistemas de distribución primaria son desbalanceados no solo por el uso extensivo de bancos de transformadores desbalanceados, sino también por el uso de ramales laterales de solo una o dos fases y neutro.

El consumo de potencia reactiva de las cargas de un circuito de distribución puede ser suministrado localmente por bancos de condensadores. De esta manera, el flujo de potencia reactiva desde la fuente a las cargas se reduce.

Una correcta compensación de la potencia reactiva reduce las pérdidas de potencia y energía en el circuito, libera capacidad en líneas y transformadores y mejora el perfil de voltaje de la

red. Por otra parte, muchos consumidores están sujetos a la posible penalización por bajo factor de potencia en su factura eléctrica y deben emplear bancos de capacitores para evitar dicha penalización.

Comúnmente, los bancos trifásicos de condensadores se forman por tres condensadores de igual capacidad conectados en estrella o delta. Sin embargo, cuando hay desbalance en la carga o en el sistema, la lógica indica que pudiera ser ventajoso utilizar bancos de condensadores desbalanceados para compensar la potencia reactiva.

A pesar de que los sistemas de distribución primaria y secundaria son desbalanceados por naturaleza, la compensación de potencia reactiva en estos sistemas se realiza mediante bancos de condensadores balanceados.

Existe una abundante literatura sobre algoritmos para la ubicación de condensadores [1-4]. Las técnicas de solución para la compensación de potencia reactiva en sistemas de distribución se han clasificado en múltiples métodos [5]. Sin embargo, no hay una mención explícita en la bibliografía consultada del uso de bancos desbalanceados de condensadores para compensar la potencia reactiva en sistemas desbalanceados de distribución.

De esta manera, el propósito principal de este trabajo es examinar los beneficios potenciales de utilizar bancos de condensadores desbalanceados para compensar la potencia reactiva en este tipo de sistemas.

Siguiendo este objetivo, se desarrolla una formulación general para la compensación de potencia reactiva mediante bancos de condensadores desbalanceados.

La presente formulación representa el ahorro de pérdidas debido a la compensación de potencia reactiva como una función cuadrática de los kilovoltios de los condensadores empleados.

Este modelo cuadrático se ha desarrollado solo para estudiar los beneficios obtenidos al utilizar bancos de condensadores desbalanceados en lugar de bancos balanceados. Por lo tanto factores como: la curva diaria de carga, los estándares de condensadores, la dependencia de la carga con el voltaje, presencia de armónicos, costo de los condensadores, etc. no se han considerado en los ejemplos examinados.

Sin embargo, este modelo puede ampliarse para considerar todos los factores pertinentes a un problema de compensación de potencia reactiva.

Se presentan cuatro ejemplos de compensación en el secundario de bancos desbalanceados de transformadores monofásicos.

Todos los ejemplos muestran que la compensación por bancos desbalanceados de condensadores incrementa los beneficios con respecto al uso de bancos balanceados.

DESARROLLO DEL MODELO CUADRÁTICO

PÉRDIDAS DE POTENCIA ACTIVA

Para desarrollar el modelo cuadrático del sistema se emplea el método de las coordenadas de fase empleado en la referencia 6.

Como es conocido, los voltajes de fase y las inyecciones de corriente en los nodos (vectores V, I), están relacionados linealmente por la matriz admitancia de barra Y mediante:

$$I = Y \cdot V \quad (1)$$

Se considera que los nodos en el conjunto 1 representan los nodos de voltaje conocido (nodos de balance), mientras que los nodos del conjunto 2 son nodos de carga conocida. Entonces (1) puede ser reescrita como:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

De esta manera, los voltajes de los nodos de carga V_2 pueden obtenerse de:

$$V_2 = Y_{22}^{-1} (I_2 - Y_{21} V_1) \quad (3)$$

Por otra parte, las inyecciones de corriente en los nodos de balance I_1 dependen de:

$$I_1 = Y_{11} V_1 + Y_{12} (Y_{22}^{-1} (I_2 - Y_{21} V_1)) \quad (4)$$

Las pérdidas de potencia aparente del sistema ΔS se obtienen, si el operador $*$ simboliza la operación transpuesta conjugada, a partir de:

$$\Delta S = I^* V = I_1^* V_1 + I_2^* V_2 \quad (5)$$

Sustituyendo (3) y (4) en (5) y reduciendo términos, las pérdidas de potencia aparente pueden calcularse como:

$$\Delta S = a + I_2^* b + I_2^* C I_2$$

$$\begin{aligned} \text{donde : } a &= V_1^* (Y_{11} - Y_{12} Y_{22}^{-1} Y_{21})^* V_1 \\ b &= ((Y_{12} Y_{22}^{-1})^* - (Y_{22}^{-1} Y_{21})) \\ C &= Y_{22}^{-1} \end{aligned}$$

(6)

AHORRO DE PÉRDIDAS

Una vez que los condensadores se conectan a la red, la reducción de pérdidas de potencia aparente puede evaluarse por la variación producida en las inyecciones de corriente en los nodos de carga ΔI_2 .

Las nuevas pérdidas de potencia aparente después de la compensación de reactivo $\Delta S'$ dependen de:

$$\Delta S' = a + (I_2 + \Delta I_2)^* b + (I_2 + \Delta I_2)^* C (I_2 + \Delta I_2) \quad (7)$$

Y el ahorro de pérdidas de potencia aparente es:

$$\Delta S - \Delta S' = -\Delta I_2^* b - I_2^* C \Delta I_2 - \Delta I_2^* C I_2 - \Delta I_2^* C \Delta I_2 \quad (8)$$

Las variaciones en las inyecciones de corriente en los nodos de carga pueden aproximarse como una función lineal de los condensadores monofásicos representados por el vector x , o sea:

$$\Delta I_2 \approx T \cdot x \quad (9)$$

Sustituyendo (9) en (8), el ahorro de pérdidas puede expresarse en función de x por:

$$\Delta S - \Delta S' \approx -x^T T^* b - I_2^* C \cdot T \cdot x - x^T T^* C I_2 - x^T T^* C \cdot T \cdot x \quad (10)$$

Pero considerando que todos los términos de son escalares, esta puede reescribirse como:

$$\Delta S - \Delta S' \approx -x^T (T^* b + (I_2^* C \cdot T)^T + (T^* C I_2)) - x^T (T^* C \cdot T) x \quad (11)$$

(11)

Entonces, el ahorro de pérdidas de potencia activa $f(x)$ es la parte real de (11), esto es:

$$f(x) \approx x^T (2d - A \cdot x) \quad (12)$$

donde $d = -\frac{1}{2} \text{real}\{T^* b + (I_2^* C \cdot T)^T + (T^* C \cdot I_2)\}$
 $A = \text{real}\{T^* C \cdot T\}$

CÁLCULO DE LA MATRIZ T

Los elementos de la matriz T relacionan el vector de inyecciones de corriente ΔI_2 con los condensadores conectados que se representan por x .

La conexión del condensador k de x_k kilovar entre dos fases de la barra representada por los nodos $n1$ y $n2$, produce variaciones de las inyecciones de corriente en ambos nodos que dependen de:

$$\begin{aligned} \Delta I_{n1} &\approx -(-j \cdot x_k)^* / (V_{n1} - V_{n2})^* \\ \Delta I_{n2} &\approx -(-j \cdot x_k)^* / (V_{n2} - V_{n1})^* \end{aligned} \quad (13)$$

Por lo tanto, por cada condensador k ubicado en la red, los elementos correspondientes de T deben actualizarse por:

$$\begin{aligned} T_{n1,k} &= T_{n1,k} - j / (V_{n1} - V_{n2})^* \\ T_{n2,k} &= T_{n2,k} - j / (V_{n2} - V_{n1})^* \end{aligned} \quad (14)$$

En propiedad, las inyecciones de corriente en los nodos de carga dependen del voltaje en dichos nodos que a su vez varía con la compensación. Este efecto puede ser fácilmente añadido mediante la técnica descrita en la referencia 12, sin embargo, para el propósito de este trabajo este efecto será omitido.

Cuando la compensación de reactivo se realiza con bancos de condensadores balanceados, la conexión del condensador k de x_k kvar involucra las tres fases de la barra, representadas por los nodos $n1$, $n2$ y $n3$, y produce variaciones en las corrientes de todos estos nodos.

Por lo tanto, para cada banco k de condensadores balanceados que se ubican en la red, los elementos correspondientes de T deben ser actualizados mediante:

$$\begin{aligned} T_{n1,k} &= T_{n1,k} - j / (V_{n1} - V_{n2})^* - j / (V_{n1} - V_{n3})^* \\ T_{n2,k} &= T_{n2,k} - j / (V_{n2} - V_{n1})^* - j / (V_{n2} - V_{n3})^* \\ T_{n3,k} &= T_{n3,k} - j / (V_{n3} - V_{n1})^* - j / (V_{n3} - V_{n2})^* \end{aligned} \quad (15)$$

RESULTADOS

Como una demostración de los beneficios potenciales de compensar la potencia reactiva mediante bancos de condensadores desbalanceados, fueron considerados cuatro ejemplos de compensación en el secundario de un banco simétrico de transformadores monofásicos:

- ✓ Banco de transformadores Y abierta- Δ abierta con carga desbalanceada.
- ✓ Banco de transformadores Y abierta- Δ abierta con carga balanceada.
- ✓ Banco de transformadores Y- Δ con carga desbalanceada.
- ✓ Banco de transformadores Y- Δ con carga balanceada.

La formación de la matriz Y de estos bancos de transformadores se realizó utilizando la técnica presentada en las referencias 7-9].

El primario del banco de transformadores (barra 1) es suministrado por una fuente trifásica balanceada de 7200 V, mientras que el secundario (barra 2) suministra la combinación de cargas trifásica y monofásica de 240 V. Por simplicidad el tap central por secundario del transformador de alumbrado no se utilizó para conectar cargas monofásicas de 120V.

Los condensadores de 240V con tamaños representados por las variables x_1 , x_2 y x_3 se emplean para compensar la potencia reactiva en el nodo 2 en las fases A-B, B-C y C-A respectivamente.

En todos los ejemplos, se utiliza una potencia base por fase de 100 kVA y los siguientes tipos de transformadores monofásicos:

Tabla 1. Datos de los transformadores monofásicos				
kVA	Primario V	Secundario V	R %	X %
100	7200	120/240	1.2	3.5
50	7200	120/240	1.3	2.0

La evaluación de los voltajes de nodo, las inyecciones de corriente y las pérdidas antes y después de la compensación de reactivo se realizó mediante un programa Matlab para flujo de potencia en coordenadas de fase [6][10].

Se estudiaron cuatro casos en cada circuito de ejemplo:

1. Compensación mediante condensadores desbalanceados sin restricciones.
2. Compensación mediante condensadores balanceados sin restricciones.
3. Compensación mediante condensadores desbalanceados para obtener un factor de potencia de 0.96 en la carga.
4. Compensación mediante condensadores balanceados para obtener un factor de potencia de 0.96 en la carga.

El problema de compensación para máxima reducción de pérdidas activas sin restricciones se formuló como:

$$\max f(x) \text{ sujeto a } x \geq 0 \quad (16)$$

Mientras que el problema de compensación para máxima reducción de pérdidas activas tal que el factor de potencia de la carga sea 0.96 se formuló como:

$$\begin{aligned} \max f(x) \text{ sujeto a } x \geq 0 \\ y \sum_k x_k = xeq \end{aligned} \quad (17)$$

Donde:

xeq es la potencia reactiva total necesaria para obtener el factor de potencia deseado en la carga.

Ambos problemas, (16) y (17), fueron resueltos con la función *quadprog* del Matlab [11], que implementa los métodos de programación cuadrática necesarios.

A. Banco Y abierta- Δ abierta con carga desbalanceada.

Este ejemplo presenta la combinación de un banco desbalanceado de transformadores con una carga desbalanceada según se muestra en la tabla2.

El transformador de alumbrado es T_1 mientras que T_2 es el transformador de fuerza del banco abierto.

Tabla 2. Ejemplo (A). Datos de transformadores y cargas					
Transformador				Carga	
Identificador	kVA	Primario fases	Secundario fases	kW	kvar
T_1	100	A-Gnd*	A-B	80	60
T_2	50	B-Gnd*	B-C	20	15
			C-A	20	15

*Gnd: simboliza la barra de referencia

Los resultados fundamentales de la compensación obtenidos para cada caso se muestran en la tabla3.

Tabla 3 Ejemplo (A). Resultados de la compensación						
Variable		Caso base	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
x_1	kvar	0.00	82.09	16.56	54.48	18.33
x_2	kvar	0.00	3.07	16.56	0.00	18.33
x_3	kvar	0.00	4.84	16.56	0.52	18.33
Total	kvar	0.00	90.00	49.68	55.00	55.00
$\cos\phi$		0.80	1.00	0.95	0.96	0.96
Pérdidas	kW	2.21	1.21	1.84	1.36	1.84
Ahorro	kW	0.00	1.00	0.37	0.85	0.37
T_1 -Carga	kVA	118.69	82.18	112.37	84.71	112.14
T_2 -Carga	kVA	44.49	39.07	35.23	43.46	35.56
V_2 -Desbalance	%	1.40	0.76	1.93	0.59	1.99
I_1 -Desbalance	%	45.47	35.55	52.26	32.18	51.85
I_2 -Desbalance	%	52.59	48.60	56.45	44.08	55.64

Como puede verse, el ahorro de pérdidas utilizando condensadores desbalanceados (casos 1, y 3) son el 270% y el 230% respectivamente de los obtenidos usando condensadores balanceados (casos 2, y 4).

Además, el caso 2 muestra que no es económico compensar al 100% la potencia reactiva de la carga desbalanceada con un banco de condensadores balanceado. Si un banco balanceado de 90 kvar se conecta al circuito, el ahorro de pérdidas es de solo 0.19 kW en lugar de los 0.37 kW obtenidos con solo 49.68 kilovar.

Por otra parte, la carga del transformador de alumbrado T_1 es altamente reducida por la compensación desbalanceada (casos 1, y 3). Sin embargo, el uso de condensadores balanceados (casos 2, y 4) no pueden resolver la condición de sobre carga de este transformador.

Otro aspecto a considerar es el efecto de la compensación sobre el desbalance en las corrientes de línea y en los voltajes del secundario.

Los índices de desbalance mostrados en la tabla 3 se calculan para cada corriente o voltaje como la máxima desviación de una fase con respecto al promedio de todas las fases.

Como puede verse, el uso de bancos desbalanceados de condensadores reduce los índices de desbalance de voltaje y corriente en todos los casos.

La tabla 4 muestra los voltajes (V_1 y V_2) y las corrientes de línea (I_1 e I_2) en las barras primaria y secundaria para todos los casos evaluados.

B. Banco Y abierta– Δ abierta con carga balanceada

Tabla 4. Ejemplo (A). Voltajes y corrientes en PU

	Caso base		Caso 1		Caso 2		Caso 3		Caso 4	
	pu	grad	pu	grad	pu	grad	pu	grad	pu	grad
V_1 A	1.0000	0	1.0000	0	1.0000	0	1.0000	0	1.0000	0
V_1 B	1.0000	-120	1.0000	-120	1.0000	-120	1.0000	-120	1.0000	-120
V_2 A	0.9603	-32	0.9972	-32	0.9719	-33	0.9842	-32	0.9731	-33
V_2 B	0.9725	-150	0.9860	-151	0.9810	-151	0.9808	-151	0.9819	-151
V_2 C	0.9869	88	0.9972	89	1.0050	88	0.9912	89	1.0069	88
I_1 A	1.1869	-49	0.8218	-2	1.1237	-35	0.8471	-22	1.1214	-33
I_1 B	0.4449	-128	0.3907	-121	0.3523	-87	0.4346	-128	0.3556	-82
I_2 A	0.6853	131	0.4744	178	0.6488	145	0.4891	158	0.6474	147
I_2 B	0.6866	-27	0.6166	17	0.5490	-18	0.6061	1	0.5357	-17
I_2 C	0.2569	-128	0.2256	-121	0.2034	-87	0.2509	-128	0.2053	-82

En este ejemplo hipotético, el banco desbalanceado de transformadores suministra una carga trifásica balanceada con datos descritos en la tabla 5.

Tabla 5. Ejemplo(B). Datos transformadores y cargas

Transformador				Carga	
Identificador	kVA	Primario fases	Secundario fases	kW	kvar
T_1	100	A-Gnd*	A-B	40	30
T_2	50	B-Gnd*	B-C	40	30
			C-A	40	30

*Gnd: simboliza la barra de referencia

Los resultados fundamentales para los cuatro casos se muestran en la tabla 6.

Tabla 6. Ejemplo (B). Resultados de la compensación

Variable	Caso base	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
x_1 kvar	0.00	57.00	30.00	14.50	18.33
x_2 kvar	0.00	0.00	30.00	0.00	18.33
x_3 kvar	0.00	48.09	30.00	40.50	18.33
Total kvar	0.00	105.09	90.00	55.00	55.00
$\cos\phi$	0.80	0.99	1.00	0.96	0.96
Pérdidas kW	3.09	1.27	1.88	1.58	2.08
Ahorro kW	0.00	1.82	1.21	1.51	1.01
T_1 -Carga kVA	90.16	76.17	70.39	84.19	74.00
T_2 -Carga kVA	90.18	46.84	70.41	53.00	74.03
V_2 -Desbalance %	1.83	0.31	1.39	0.90	1.33
I_1 -Desbalance %	0.00	23.84	0.00	22.73	0.00
I_2 -Desbalance %	0.00	36.59	0.00	29.27	0.00

Como puede verse, los ahorros obtenidos usando capacitores desbalanceados (casos 1, y 3) son un 150% de los obtenidos con capacitores balanceados (casos 2, y 4).

En este ejemplo, el caso 1 muestra que es económico sobre compensar la potencia reactiva de la carga con capacitores desbalanceados.

Esto es, si se optimiza la compensación con una cota máxima de 90 kilovar a instalar, se obtiene una solución con $x_1 = 44.2$ kilovar, $x_2 = 0$, and $x_3 = 45.8$ kilovar que produce un ahorro de solo 1.79 kW en lugar de los 1.82 kW que se obtienen con la solución del caso 1.

Por otra parte, la carga del transformador de fuerza T_2 se reduce apreciablemente por la compensación desbalanceada (casos 1, y 3). Sin embargo, el uso de capacitores balanceados (casos 2, y 4) no pueden evitar la condición de sobrecarga de este transformador.

La tabla 7 ofrece los índices de desbalance para todos los casos estudiados, mostrando que el desbalance de voltaje es bajo.

Sin embargo, el desbalance de corrientes se incrementa cuando se emplean capacitores desbalanceados (casos 1, y 3), pues el objetivo de reducir las pérdidas obliga a forzar la redistribución de la carga entre ambos transformadores.

Tabla 7. Ejemplo (B). Voltajes y corrientes en PU

	Caso base		Caso 1		Caso 2		Caso 3		Caso 4	
	pu	grad	pu	grad	pu	grad	pu	grad	pu	grad
V ₁ A	1.0000	0	1.0000	0	1.0000	0	1.0000	0	1.0000	0
V ₁ B	1.0000	-120	1.0000	-120	1.0000	-120	1.0000	-120	1.0000	-120
V ₂ A	0.9490	-30	0.9941	-32	0.9704	-32	0.9726	-31	0.9622	-31
V ₂ B	0.9782	-151	0.9908	-151	0.9936	-151	0.9840	-151	0.9877	-151
V ₂ C	0.9547	88	0.9966	89	0.9884	87	0.9879	88	0.9755	88
I ₁ A	0.9016	-68	0.7617	0	0.7039	-32	0.8419	-35	0.7400	-48
I ₁ B	0.9018	-128	0.4684	-104	0.7041	-92	0.5300	-110	0.7403	-108
I ₂ A	0.5206	112	0.4397	180	0.4064	148	0.4861	145	0.4273	132
I ₂ B	0.5204	-8	0.5693	27	0.4065	28	0.5058	1	0.4273	12
I ₂ C	0.5207	-128	0.2704	-104	0.4065	-92	0.3060	-110	0.4274	-108

C. Banco Y – Δ con carga desbalanceada

Este ejemplo presenta la combinación de un banco desbalanceado con una carga desbalanceada con datos mostrados por la tabla 8.

Tabla 8. Ejemplo (C). Datos de transformadores y cargas

Transformador				Carga	
Identificador	kVA	Primario fases	Secundario fases	kW	kvar
T ₁	100	A-N*	A-B	80	60
T ₂	50	B-N*	B-C	20	15
T ₃	50	C-N*	C-A	20	15

*N: simboliza el neutro flotante del primario

Como puede verse en la tabla 9, los ahorros obtenidos con capacitores desbalanceados (casos 1 y 3) son un 145% y 13% respectivamente de los obtenidos con capacitores balanceados (casos 2 y 4).

En este ejemplo, el caso 1 muestra que es económico sobre compensar ligeramente la potencia reactiva de la carga con capacitores desbalanceados. Si se examina la compensación acotada a 90 kilovar totales, se obtiene una solución de $x_1 = 57.26$ kilovar, $x_2 = 32.74$ kilovar, y $x_3 = 0$ que produce un ahorro ligeramente inferior al obtenido en el caso 1.

Además, el caso 2 muestra que no es económico compensar el 100% de la carga reactiva con capacitores balanceados. Si se emplea un capacitor balanceado de 90 kilovar, el ahorro es de 0.5 kW, cuando empleando solo 80.7 kilovar (caso 2) se ahorran 0.51 kW.

**Tabla. 9
Ejemplo (C). Resultados de la compensación**

Variable	Caso base	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
x_1 kvar	0.00	58.97	26.90	36.11	18.33
x_2 kvar	0.00	33.87	26.90	18.88	18.33
x_3 kvar	0.00	0.00	26.90	0.00	18.33
Total kvar	0.00	92.84	80.70	55.00	55.00
cosφ	0.80	0.99	0.99	0.96	0.96
Pérdidas kW	1.73	0.99	1.22	1.12	1.28
Ahorro kW	0.00	0.74	0.51	0.61	0.45
T ₁ -Carga kVA	76.62	50.52	63.36	58.08	66.61
T ₂ -Carga kVA	44.30	35.09	21.61	35.12	27.85
T ₃ -Load kVA	44.53	37.59	48.87	38.88	45.82
V ₂ -Desbalance %	0.87	0.30	0.83	0.55	0.82
I ₁ -Desbalance %	39.33	23.28	51.68	32.25	42.83
I ₂ -Desbalance %	52.53	26.53	47.72	39.50	55.23

La compensación desbalanceada (casos 1, y 3) producen una mejor distribución de carga entre los transformadores que la compensación balanceada (casos 2, y 4).

Los índices de desbalance para todos los casos muestran una repetición de los resultados del ejemplo (A).

**Tabla 10
Ejemplo (C). Voltajes y corrientes en PU**

	Caso base		Caso 1		Caso 2		Caso 3		Caso 4	
	pu	grad	pu	grad	pu	grad	pu	grad	pu	grad
V ₁ A	1.0000	0	1.0000	0	1.0000	0	1.0000	0	1.0000	0
V ₁ B	1.0000	-120	1.0000	-120	1.0000	-120	1.0000	-120	1.0000	-120
V ₁ C	1.0000	120	1.0000	120	1.0000	120	1.0000	120	1.0000	120
V ₂ A	0.9813	-31	0.9944	-31	0.9905	-31	0.9894	-31	0.9876	-31
V ₂ B	0.9721	-150	0.9891	-151	0.9836	-151	0.9821	-150	0.9800	-150
V ₂ C	0.9885	90	0.9929	89	0.9994	89	0.9910	89	0.9960	89
I ₁ A	0.7690	-38	0.5065	-1	0.6356	-18	0.5825	-19	0.6683	-25
I ₁ B	0.4426	172	0.3503	-133	0.2157	-159	0.3507	-159	0.2781	-173
I ₁ C	0.4441	113	0.3757	135	0.4880	146	0.3882	125	0.4573	136
I ₂ A	0.6785	132	0.4735	160	0.6423	155	0.5345	147	0.6414	147
I ₂ B	0.6776	-27	0.4536	18	0.4701	-8	0.5079	-4	0.5287	-16
I ₂ C	0.2549	-127	0.3007	-87	0.2348	-60	0.2633	-103	0.2052	-81

D. Banco Y – Δ con carga balanceada

Como puede verse en la tabla 12, los ahorros obtenidos usando capacitores desbalanceados (casos 1, y 3) son 108% y 109% respectivamente de los obtenidos con capacitores balanceados.

Tabla. 11 Ejemplo (D). Datos de transformadores y cargas					
Transformador				Carga	
Identificador	kVA	Primario fases	Secundario fases	kW	kvar
T ₁	100	A-N*	A-B	40	30
T ₂	50	B-N*	B-C	40	30
T ₃	50	C-N*	C-A	40	30

*N: simboliza el neutro flotante del primario

La tabla 12 muestra una repetición de los resultados del ejemplo (B). Debido a la naturaleza balanceada de la carga, el uso de capacitores desbalanceados incrementa los índices de desbalance.

Sin embargo, la distribución de carga entre los transformadores es mejor cuando se utilizan capacitores desbalanceados.

Tabla 12 Ejemplo (D). Resultados de la compensación						
Variable		Caso base	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
$x1$	kvar	0.00	29.92	30.00	13.09	18.33
$x2$	kvar	0.00	14.77	30.00	5.70	18.33
$x3$	kvar	0.00	45.31	30.00	36.21	18.33
Total	kvar	0.00	90.00	90.00	55.00	55.00
$\cos\phi$		0.80	1.00	1.00	0.96	0.96
Pérdidas	kW	1.67	0.99	1.04	1.09	1.14
Ahorro	kW	0.00	0.68	0.63	0.58	0.53
T ₁ -Carga	kVA	50.92	49.11	40.28	51.37	42.14
T ₂ -Carga	kVA	51.07	36.77	40.41	38.45	42.27
T ₃ -Carga	kVA	51.14	36.73	40.37	38.49	42.27
V ₂ -Desbalance	%	0.25	0.24	0.19	0.28	0.21
I ₁ -Desbalance	%	0.00	20.42	0.00	20.39	0.00
I ₂ -Desbalance	%	0.00	22.88	0.00	22.84	0.00

Tabla 13
Ejemplo (D). Voltajes y corrientes en PU

	Caso base		Caso 1		Caso 2		Caso 3		Caso 4	
	pu	grad	pu	grad	pu	grad	pu	grad	pu	grad
V ₁ A	1.0000	0	1.0000	0	1.0000	0	1.0000	0	1.0000	0
V ₁ B	1.0000	-120	1.0000	-120	1.0000	-120	1.0000	-120	1.0000	-120
V ₁ C	1.0000	120	1.0000	120	1.0000	120	1.0000	120	1.0000	120
V ₂ A	0.9814	-30	0.9940	-31	0.9916	-31	0.9891	-31	0.9877	-31
V ₂ B	0.9801	-151	0.9893	-151	0.9928	-151	0.9844	-151	0.9879	-151
V ₂ C	0.9771	90	0.9917	89	0.9924	89	0.9880	89	0.9846	89
I ₁ A	0.5105	-37	0.4923	-1	0.4035	-1	0.5151	-17	0.4223	-17
I ₁ B	0.5105	-157	0.3670	-133	0.4035	-121	0.3839	-149	0.4223	-137
I ₁ C	0.5105	83	0.3671	131	0.4035	119	0.3845	115	0.4223	103
I ₂ A	0.5105	113	0.4544	159	0.4035	149	0.4757	143	0.4223	133
I ₂ B	0.5105	-7	0.4543	19	0.4035	29	0.4752	3	0.4223	13
I ₂ C	0.5105	-127	0.3144	-91	0.4035	-91	0.3292	-107	0.4223	-107

CONCLUSIONES

Como muestran los ejemplos simples presentados, la aplicación de bancos de capacitores desbalanceados para la compensación de potencia reactiva de sistemas desbalanceados con cargas desbalanceadas puede:

- Incrementar el ahorro de pérdidas de potencia activa.
- Mejorar la distribución de carga entre transformadores.
- Reducir los índices de desbalance cuando la carga es desbalanceada.

La magnitud en que se manifiesten estas ventajas dependerá del desbalance del sistema y de la carga.

El modelo cuadrático presentado puede servir como base para desarrollar un programa de compensación de potencia reactiva mediante bancos de capacitores desbalanceados en sistemas de distribución

REFERENCIAS

- [1] Chiang, H. D. et al :“Explicit Loss Formula, Voltage and Current for Large-Scale Unbalanced Distribution Systems,” *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 12, No.3, pp. 1961-1967, August 1997.
- [2] Wang, J. C. et al :“Capacitor Placement and Real Time Control in Large-Scale Unbalanced Distribution Systems: Loss Reduction Formula, Problem Formulation, Solution Methodology and Mathematical Justification,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 12, No.2, pp. 953-958, April 1997.
- [3] Mekhamer, S. F. et al :“Application of Fuzzy Logic for Reactive-Power Compensation of Radial Distribution Feeders,” *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 18, No.1, pp. 206-213, February 2003.
- [4] B. Milosevic, and Begović M. : “Capacitor Placement for Conservative Voltage Reduction on Distribution Feeders,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 19, No.3, pp. 1360-1367, July 2004.
- [5] H. N. Ng, et al :“Classification of Capacitor Allocation Techniques,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 15, No.1, pp. 387-392, January 2000.
- [6] Arrillaga, J. and C. P. Arnold: “Computer Modelling of Electrical Power Systems,” Ed. New York: John Wiley & Sons, 1984.
- [7] T. H. Chen, and W. C. Yang : “Modelling and Analysis of Three-phase Four-wire Distribution Transformers with Mid-tap on the Secondary Side”, University of Taiwan, 1998.
- [8] T. H. Chen, and W. C. Yang : “Modelling and analysis of asymmetrical three-phase distribution transformer banks with mid-tap connected to the secondary neutral conductor,” *EPRI*, vol. 54, pp. 83-89, 2000.
- [9] T. H. Chen, and W. C. Yang : “Analysis of Multi-Grounded Four-Wire Distribution Systems Considering the Neutral Grounding,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 16, No. 4, pp. 710-717, October 2001.
- [10] F. M. Gatta, et al:“Analysis of unsymmetrical transmission distribution systems. Application to Insulated Shield Wires Schemes”, *L'Energia Elettrica*, Vol. 79, 2002.
- [11] T. Coleman, M. A. Branch and A. Grace: “Matlab Optimization Toolbox User's Guide”, *MathWorks Inc.*, 1999.
- [12] Pérez, Abril, I y J. A. González Quintero: “VAR Compensation by Sequential Quadratic Programming,” *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol.18 , No.1, pp. 36-41, February 2003.

AUTOR

Ignacio Pérez Abril

Ingeniero Electricista, Doctor en Ciencias Técnicas. Profesor Titular, Director del Centro de Estudios Electroenergéticos, Universidad Central “Marta Abreu” de las Villas. Cuba.

email: iperez@uclv.edu.cu