



Determinación de los parámetros para la modelación del generador asincrónico

Héctor Brito
Rolando Madiedo

Recibido: octubre del 2005
Aprobado: diciembre del 2005

Resumen / Abstract

En este trabajo se realiza un breve estudio de los parámetros que intervienen en los modelos matemáticos de las máquinas asincrónicas, así como la manera de su determinación experimental, lo que da la posibilidad de la modelación de una máquina asincrónica cualquiera, de la que no se conozcan sus parámetros. Por último se brindan los valores obtenidos experimentalmente en el laboratorio de las pruebas de una máquina asincrónica y los resultados que brinda el modelo de un generador asincrónico autoexcitado con dichos datos.

Palabras clave: modelación matemática, máquinas de inducción

After a brief study of the parameters which are needed for the formulation of the most frequently used mathematical models for electrical induction machines, the authors give a way for their experimental determination in order to establish the computer simulation of induction machine whose parameters are previously unknown. Finally are given the values of parameters obtained at a case study of an induction machine performed in the laboratory, as well as the simulation results of a self-excited induction generator using the above mentioned parameters.

Key words: mathematical modelation, induction machine

INTRODUCCIÓN

Cada día es mayor el empleo de la máquina asincrónica en el régimen de generador, debido fundamentalmente a su menor costo y a ser fácil en cuanto a su explotación y mantenimiento, además de su alta fiabilidad.

El uso de la máquina asincrónica en el régimen de generador, operando tanto en paralelo con una red o de forma autoexcitada, provoca la necesidad de conocer cada vez mejor el comportamiento de esta, tanto en el régimen permanente de operación, como durante los procesos transitorios, para lo cual son de

gran ayuda los modelos matemáticos y su solución mediante el uso de computadoras.

Para realizar la modelación de una máquina en la industria o en el laboratorio, cuando no se poseen los datos de diseño, es necesario la determinación de una serie de parámetros; ¿cuáles? y ¿cómo?, esto está en dependencia del modelo seleccionado y es una tarea a resolver. En el presente trabajo se da solución a esta problemática, para un modelo de máquina determinado.

DESARROLLO

EL campo magnético giratorio de una máquina se puede representar por un vector espacial, cuya

magnitud será igual a la magnitud absoluta de la amplitud de la onda sinusoidal resultante. Este vector girará en el entrehierro con una velocidad sincrónica, en correspondencia con la frecuencia.¹

Basado en lo planteado anteriormente, los voltajes y las corrientes de una máquina eléctrica pueden ser también representados por vectores espaciales, así las ecuaciones de voltajes del estator y del rotor de una máquina asincrónica en un sistema de coordenadas que gira con la velocidad angular arbitraria, ω_k puede expresarse por

$$\begin{aligned} u_s &= i_s R_s + \frac{d\Psi_s}{dt} + j\omega_k \Psi_s \\ u_r &= i_r R_r + \frac{d\Psi_r}{dt} + j(\omega_k - \omega) \Psi_r \end{aligned} \quad \dots(1)$$

donde

u_s, u_r : Vectores espaciales de los voltajes del estator y del rotor.

i_s, i_r : Vectores espaciales de las corrientes del estator y del rotor.

R_s, R_r : Resistencias del estator y del rotor.

Ψ_s, Ψ_r : Vectores espaciales de los flujos del estator y del rotor.

ω : Velocidad angular de rotación del rotor.

Las expresiones de los vectores de flujo de la ecuación (1), se puede expresar en función de las corrientes como:

$$\begin{aligned} \Psi_r &= i_s L_s + i_r L_m \\ \Psi_s &= i_s L_m + i_r L_r \end{aligned} \quad \dots(2)$$

donde:

$L_s = L_{ss} + L_m$: Inductancia equivalente del devanado, compuesta por la inductancia debido al flujo de dispersión, la inductancia debido al flujo principal y la inductancia que aparece producto del flujo de las corrientes de otros devanados.

$L_m = 3/2 \cdot I_{sm}$: Inductancia debida al flujo magnético principal de una fase de una máquina trifásica, teniendo en cuenta la influencia de la corriente que circula por las otras fases.

I_{sm} : Inductancia propia de una fase, considerando el flujo magnético principal.

Sustituyendo la ecuación (2) en la ecuación (1) se obtendrá que:

$$\begin{aligned} u_s &= i_s R_s + \frac{d(i_s L_s + i_r L_m)}{dt} + j\omega(i_s L_s + i_r L_m) \\ u_r &= i_r R_r + \frac{d(i_s L_m + i_r L_r)}{dt} + j(\omega_k - \omega)(i_s L_m + i_r L_r) \end{aligned} \quad \dots(3)$$

Sobre la base de la ecuación (3) se puede establecer el circuito equivalente que se muestra en la figura 1 y que es válido para el análisis de los procesos transitorios.

El vector resultante de la corriente del estator i_s , gira con relación al estator con velocidad angular constante y permanece estacionario con relación al sistema de coordenadas que gira con la velocidad sincrónica

($\omega_k = \omega$).

La frecuencia de las corrientes del rotor es igual a $f_r = sf_1$ y su vector resultante i_r gira con velocidad sincrónica $(1-s)\omega_1 + s\omega_1 = \omega_1$, por lo que también permanecerá estacionario con relación al sistema de coordenadas que gira con velocidad sincrónica. De tal forma, en el régimen estable simétrico, en el sistema de coordenadas que gira con velocidad sincrónica, los vectores de corrientes, voltajes y flujos son estacionarios y poseen magnitudes constantes.

Las ecuaciones de voltaje de la máquina, en el sistema de coordenadas que gira con velocidad sincrónica,

teniendo en cuenta que $\omega_k = \omega$; $\frac{d\Psi_s}{dt} = 0$;

$\frac{d\Psi_r}{dt} = 0$, por lo que las ecuaciones (3) se simplifican

y pueden escribirse de la forma siguiente, en el régimen de motor.

$$\begin{aligned} U_s &= I_s R_s + j\omega_1 \Psi_s \\ 0 &= I_r R_r + j\omega_1 s \Psi_r \end{aligned} \quad \dots(4)$$

Dividendo la segunda ecuación por s , se obtiene:

$$0 = \frac{I_r R_r}{s} + j\omega_1 \Psi_r \quad \dots(5)$$

La relación entre los flujos y las corrientes se expresan por

$$\Psi_s = L_s I_s + L_m I_r = L_{ss} I_s + L_m (I_s + I_r)$$

$$\Psi_r = L_m I_s + L_r I_r = L_{rs} I_r + L_m (I_s + I_r) \quad \dots(6)$$

En las expresiones anteriores $L_m(I_s + I_r)$ representan el flujo principal. Sustituyendo la ecuación (6) en las ecuaciones (4) y (5), así como introduciendo en estas ecuaciones las respectivas reactancias, con la consideración que han sido determinadas para la velocidad angular 1, se obtiene que:

$$U_s = I_s R_s + jX_{ss} I_s + jX_m (I_s + I_r)$$

$$0 = I_r R_r + jX_{rs} I_r + jX_m (I_s + I_r) \quad \dots(7)$$

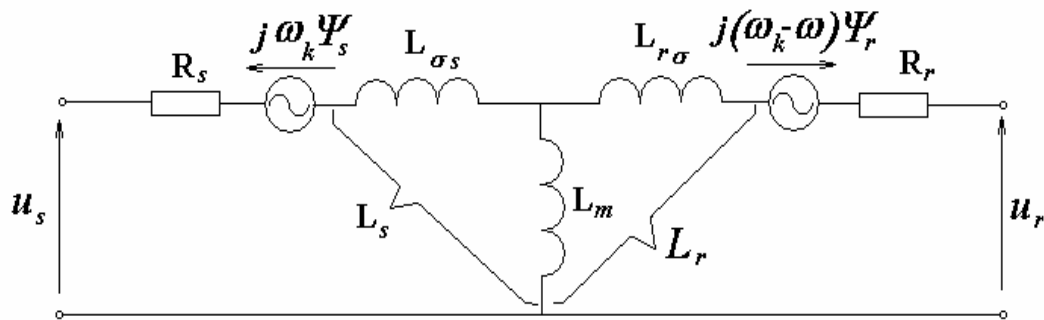
Sobre la base de las ecuaciones (7), se puede establecer el circuito equivalente de la figura 2.

De los circuitos equivalentes de las figuras 1 y 2, resulta evidente que los parámetros que intervienen en el modelo matemático de la máquina asincrónica pueden ser establecidos mediante los mismos métodos empleados para la determinación de los parámetros de la máquina a régimen estable.

Modelo matemático de la máquina asincrónica en régimen de generador

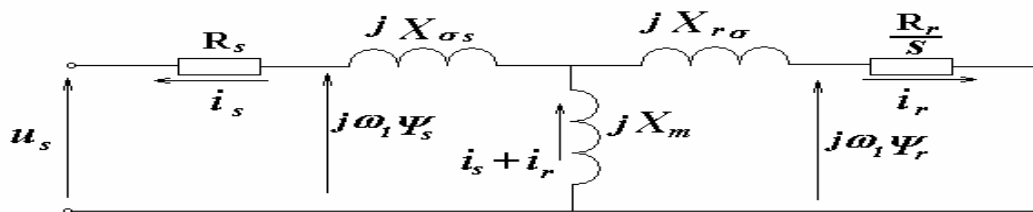
En la figura 3 se muestra un esquema posible de conexión de un generador asincrónico autoexcitado con carga.

El trabajo del generador asincrónico autoexcitado se caracteriza por la asimetría del circuito del estator, por lo que es conveniente emplear el sistema de coordenadas escritas en los ejes $\alpha, \beta, 0$.^{2,3}



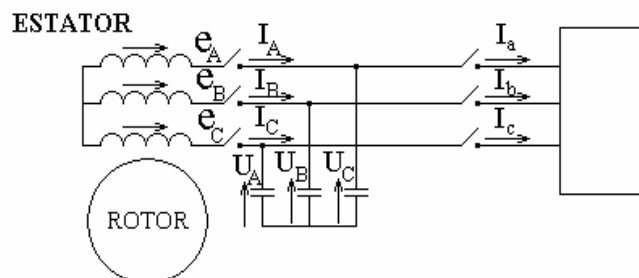
Circuito equivalente de la máquina de inducción durante el proceso transitorio.

1



Circuito equivalente de la máquina asincrónica en el régimen estable de trabajo.

2



Esquema eléctrico de un generador trifásico de inducción autoexcitado.

3

El conjunto de ecuaciones, en valores por unidad, que conforman el modelo del generador asincrónico son:

$$p\Psi_\alpha = u_\alpha - R_s i_\alpha$$

$$p\Psi_\beta = u_\beta - R_s i_\beta$$

$$p\Psi_{\alpha r} = R_r i_{\alpha r} + \omega_r \Psi_{\beta r}$$

$$p\Psi_{\beta r} = -R_r i_{\beta r} - \omega_r \Psi_{\alpha r}$$

$$i_\alpha = \frac{\Psi_\alpha}{\sigma x_s} - \frac{\Psi_{\alpha r} x_m}{(x_s x_r \sigma)}$$

$$i_\beta = \frac{\Psi_\beta}{\sigma x_s} - \frac{\Psi_{\beta r} x_m}{(x_s x_r \sigma)}$$

$$i_{\alpha r} = \frac{\Psi_{\alpha r}}{\sigma x_r} - \frac{\Psi_\alpha x_m}{x_s x_r \sigma} \quad \dots(8)$$

$$i_{\beta r} = \frac{\Psi_{\beta r}}{\sigma x_r} - \frac{\Psi_\beta x_m}{x_s x_r \sigma}$$

$$\Psi_{\delta\alpha} = \Psi_\alpha - x_{ss} i_\alpha$$

$$\Psi_{\delta\beta} = \Psi_\beta - x_{ss} i_\beta$$

$$\Psi_\delta = \sqrt{\Psi_{\delta\alpha}^2 + \Psi_{\delta\beta}^2}$$

$$pu_A = x_{cA} (i_a - i_A)$$

$$pu_B = x_{cB} (i_b - i_B)$$

$$pu_C = x_{cC} (i_c - i_C)$$

$$i_a = i_\alpha$$

$$i_B = -\frac{i_\alpha}{2} + \frac{\sqrt{3} \cdot i_\beta}{2}$$

$$i_C = \frac{i_\alpha}{2} - \frac{\sqrt{3} \cdot i_\beta}{2}$$

$$x_m = f(\Psi_\delta)$$

$$M_{em} = \Psi_\beta i_\alpha - \Psi_\alpha i_\beta$$

$$p\omega_r = \frac{p(M_{em} - M_{mec})}{H_j}$$

donde:

$$\sigma = 1 - \frac{x_m^2}{(x_s x_r)}$$

$x_{\alpha s}, x_{\alpha r}$: Reactancias de dispersión del estator y del rotor.

x_{cA}, x_{cB}, x_{cC} : Reactancias capacitivas.

$\Psi\sigma$: Flujo en el entrehierro.

H_j : Momento de inercia del rotor en valores por unidad.

En el modelo matemático del generador asincrónico es indispensable la consideración de la saturación del circuito magnético, lo que se introduce mediante la dependencia de la reactancia de magnetización del flujo del entrehierro. Sin embargo, para evitar la operación de la división por la magnitud de x_m en la determinación de las corrientes, es necesario operar con el inverso de la reactancia de magnetización.

Determinación experimental de los parámetros de la máquina asincrónica

Como se puede observar del sistema de ecuaciones (8), para la modelación de la máquina asincrónica en el sistema de coordenadas $\alpha, \beta, 0$, es necesario determinar las reactancias $x_{\alpha s}, x_{\alpha r}, x_m$, el momento de inercia J y la dependencia de $x_m = f(\Psi_\delta)$. Resulta evidente que mediante las pruebas de marcha en vacío, de rotor trancado y la determinación de las resistencias eléctricas del estator y del rotor, se pueden obtener dichos parámetros.

Para la determinación del momento de inercia J , se emplearon dos métodos propuestos^{4,5} respectivamente, por medio de la caída libre de un cuerpo y mediante un péndulo auxiliar, debiéndose señalar que la mayor dificultad en esta prueba está en la determinación del tiempo de la caída libre del cuerpo o del período de oscilación del péndulo.

La máquina sometida a prueba fue un motor de inducción trifásico, jaula de ardilla, cuyos datos de chapa son:

$$P_n = 2,2 \text{ kW}; U_n = 220/440 \text{ V}; I_n = 8,3/4,2 \text{ A};$$

$$n_n = 1750 \text{ r/min}$$

Obteniéndose los siguientes resultados:

$$r_1 = R_s = 2,49 \, \Omega; \quad r_2' = R_r = 1,538 \, \Omega;$$

$$r_m = 5,12 \, \Omega;$$

$$x_1 = x_{ss} = 3,148 \, \Omega; \quad x_2' = 3,148 \, \Omega;$$

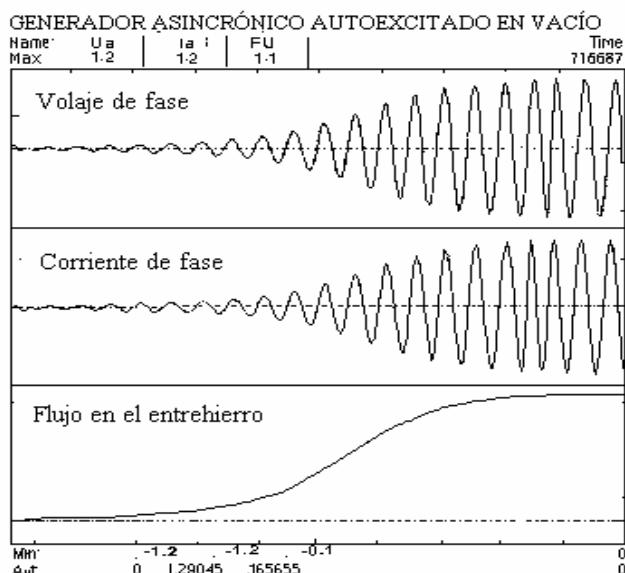
$$x_m = 76,88 \, \Omega; \quad J = 0,0126 \, \text{kgm}^2$$

Para la determinación de la curva de magnetización, se hace girar la máquina asincrónica a la velocidad sincrónica y en la misma dirección del campo magnético, variando en estas condiciones el voltaje aplicado a los bornes de la máquina, midiendo la corriente demandada por la misma para cada valor de voltaje. De estas mediciones, después de procesadas se obtuvieron los resultados de la tabla 1.

Con los resultados obtenidos se evaluó el modelo, lo cual se muestra en la figura 4.

Tabla 1
Dependencia de X_m del flujo

Φ_s [pu]	0,09	0,36	0,72	1,0	1,27	1,54	1,81	2,0
X_m [pu]	4,12	5,20	5,66	5,78	5,34	5,04	4,39	4,12



Resultados obtenidos de la evaluación del modelo.

CONCLUSIONES

Se puede exponer como resultado del trabajo, que siempre que sea necesario modelar matemáticamente una máquina trifásica de inducción, se pueden obtener los parámetros necesarios mediante la experimentación práctica, y mediante la realización de sencillos cálculos, que arrojan resultados satisfactorios según se muestra en el comportamiento obtenido.

REFERENCIAS

1. Kovash, K. P. y I. Rast: *Procesos transitorios en las máquinas eléctricas de corriente alterna*, Ed. Estatal Energética, Moscú, 1963.
2. Sipailov, G. A. y A. V. Loos: *Modelación Matemática de las máquinas eléctricas*, Ed. Escuela Superior, Moscú, 1980.
3. Kopilov, I. P.: *Modelación Matemática de las máquinas eléctricas*, Ed. Escuela Superior, Moscú, 1987.
4. Goldeber, O. D.: *Pruebas a las máquinas eléctricas*, Ed. Escuela Superior, Moscú, 1990.
5. Iudenii, V. V.: *Trabajo de laboratorio de Teoría de los Mecanismos*, Ed. Escuela Superior, Moscú, 1962.

AUTORES

Héctor Brito Socarrás

Ingeniero Electricista, Profesor Titular, Departamento de Electroenergética, Facultad de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Oriente, Santiago de Cuba, Cuba
e-mail:brito@ee.fie.uo.edu.cu

Rolando Madieto Comendador

Ingeniero Electricista, Profesor Auxiliar, Departamento de Electroenergética, Facultad de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Oriente, Santiago de Cuba, Cuba
e-mail:rmadieto@ee.fie.uo.edu.cu



Instituto Superior Politécnico
José Antonio Echeverría