



Modelo generalizado para el estudio del motor de inducción

Modesto Angulo
Ariel Domínguez

Recibido: Octubre del 2004
Aprobado: Diciembre del 2004

Resumen / Abstract

Se presenta un programa de simulación del motor de inducción en régimen dinámico elaborado en el Simulink del Matlab que permite estudiar la máquina en los diferentes sistemas de coordenadas con un único modelo. Las ecuaciones que se simulan se presentan en forma vectorial y generalizadas de manera que todas las interacciones entre el rotor y estator están disponibles y solo al elegir el sistema en que se desea hacer el estudio es adaptado el esquema. Se realizan importantes comparaciones al estar disponibles todas las variables del motor para el análisis en régimen dinámico de la máquina ante diferentes tipos de perturbaciones.

Palabras clave: motor de inducción, transformación de coordenadas, simulación, modelado, comportamiento dinámico

This paper presents a simulation program for dynamic behavior of induction motor. It is made in order to study the machine at three different Coordinates Frames on a unique model. Equations to simulate are show in generalized vector form, it means, that all interactions between rotor and stator are enabled and only when choosing the desired system to make the study the scheme is adapted. Important comparisons can be make, because all motor's variables are available the analysis in dynamic regime of the machine under different types of disturbances.

Key words: induction motor, coordinates transformation, simulation, modelling, dynamic behavior

INTRODUCCIÓN

Es conocida la complejidad de la representación matemática del motor de inducción para su estudio en régimen dinámico al ser un sistema no lineal con coeficientes variables en el tiempo. Las transformaciones de Park¹ condujeron a una simplificación sustancial del modelo al referir las ecuaciones a un sistema de referencia que se mueve en sincronismo con la frecuencia del estator. Esta representación en forma matricial aparece en la literatura pero es la representación en forma vectorial introducida por P.K Kovacs e I. Racz² la más utilizada en la actualidad.

El interés por el conocimiento del comportamiento de la máquina de inducción es debido a sus ventajas

reconocidas con respecto a la máquina de corriente directa (CD), sin embargo, con respecto al control de la misma presenta serios inconvenientes que son necesarios resolver a la hora de decidir su utilización y una de ellas es la representación matemática de la misma pues el modelo es utilizado en la obtención de las variables de control.

Los primeros trabajos de representación de la máquina de inducción fueron realizados por Charles P. Stenmtz, con su circuito equivalente a régimen permanente.

En ese mismo año Heyland, presenta su trabajo sobre el diagrama de círculo. R H. Park¹ con sus transformaciones logra eliminar la influencia de las inductancias mutuas de acoplamiento entre el rotor y estator, variables en el tiempo, en las ecuaciones de tensión de la máquina sincrónica.

Posteriormente otros investigadores utilizando las transformaciones de Clark o la de Park referían las ecuaciones del motor al sistema de referencia del estator llamado en la literatura (a,b) , o al sistema de referencia del rotor (D,Q) .

P.C. Krause,³ introduce transformaciones generales que eliminan las inductancias que varían con el tiempo refiriendo las variables del estator y rotor a un nuevo marco de referencia que puede girar a cualquier velocidad o permanecer estacionario llamado **marco de referencia arbitrario**.

Por otra parte, P.K.Kovacs e I.Racz desarrollaron en 1959 un método alternativo para el análisis de las máquinas eléctricas basado en el concepto matemático de vector espacial, cuya ventaja principal consiste en una mejor visión de los fenómenos físicos en comparación con los otros métodos basados en transformaciones puramente matemáticas.

Un aporte de gran significación para el avance experimentado en cuanto a la simplificación del modelo de la máquina de inducción, es el del control del motor de inducción por el método del campo orientado.^{4,5}

DESARROLLO

Dado que el programa que se presenta está sustentado en las ecuaciones de Park, se establecen las ecuaciones dinámicas de la máquina de inducción en los ejes $d-q$ en sincronismo con la frecuencia de alimentación, conocidas como ecuaciones de Park. Utilizando el circuito equivalente de la máquina e introduciendo el concepto de fasor espacial, se definen las ecuaciones dinámicas en un sistema de referencia genérico K , girando a una velocidad eléctrica ω_k . Cuando esta velocidad de giro sea la frecuencia de la alimentación de la máquina ω_1 , se habrán obtenido las ecuaciones de Park.

La base para la obtención de estas ecuaciones la constituye toda la teoría referente a los fasores espaciales y su aplicación en las máquinas eléctricas. Las suposiciones que se tienen en cuenta y que son generalmente aceptadas en todos los estudios se pueden resumir en:

- Entrehierro constante y mucho más pequeño que el diámetro de la máquina.

- Permeabilidad infinita en el acero del circuito magnético.
- Devanados polifásicos uniformes y simétricamente distribuidos.
- Distribución sinusoidal de FMM en el entrehierro (considerar únicamente la componente fundamental de la onda de inducción en el entrehierro).

Las ecuaciones de flujo (1), (2), tensión (3), (4) y par en el eje del motor (5) según la referencia 6:

$$\vec{\Psi}_{sk} = L_s \vec{i}_{sk} + L_m \vec{i}_{Rk} \quad \dots(1)$$

$$\vec{\Psi}_{Rk} = L_m \vec{i}_{sk} + L_r \vec{i}_{Rk} \quad \dots(2)$$

$$\vec{u}_{sk} = R_s \vec{i}_{sk} + \frac{d}{dt} \vec{\Psi}_{sk} + j\omega_k \vec{\Psi}_{sk} \quad \dots(3)$$

$$\vec{u}_{Rk} = R_r \vec{i}_{Rk} + \frac{d}{dt} \vec{\Psi}_{Rk} + j(\omega_k - \omega) \vec{\Psi}_{Rk} \quad \dots(4)$$

$$j \frac{d\omega}{dt} + B\omega = m_e - m_l \quad \dots(5)$$

donde:

$\vec{\psi}_{Rk}, \vec{\psi}_{sk}, \vec{u}_{Rk}, \vec{u}_{sk}$: Vectores de flujo de rotor y estator, tensión de rotor y estator, respectivamente, en el sistema de referencia K .

L_s, L_r, L_m : Inductancias de estator, rotor y mutua respectivamente.

R_s, R_r : Resistencias del estator y rotor respectivamente.

ω_k, ω : Velocidad del sistema de referencia k , y del rotor respectivamente.

J, B, m_e, m_l : Inercia, fricción, par electromagnético y par de carga del motor.

Las ecuaciones (1), (2), (3) y (4) constituyen las ecuaciones en régimen dinámico de la máquina de inducción en un sistema de coordenadas k . Al hacer que la velocidad de giro del sistema k , sea la de la frecuencia de alimentación:

$$\omega_k = \omega_1 \quad \dots(6)$$

Dichas ecuaciones son las llamadas ecuaciones de Park, que pueden expresarse en forma matricial desarrollando en componentes (real e imaginaria) los fasores espaciales:

$$\begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \\ u_{rd} \\ u_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + DL_s & -\omega_1 L_s & DL_m & -\omega_1 L_m \\ \omega_1 L_s & R_s + DL_s & \omega_1 L_m & DL_m \\ DL_m & -(\omega_1 - \omega) L_m & R_r + DL_r & -(\omega_1 - \omega) L_r \\ (\omega_1 - \omega) L_m & DL_m & (\omega_1 - \omega) L_r & R_r + DL_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} \quad \dots(7)$$

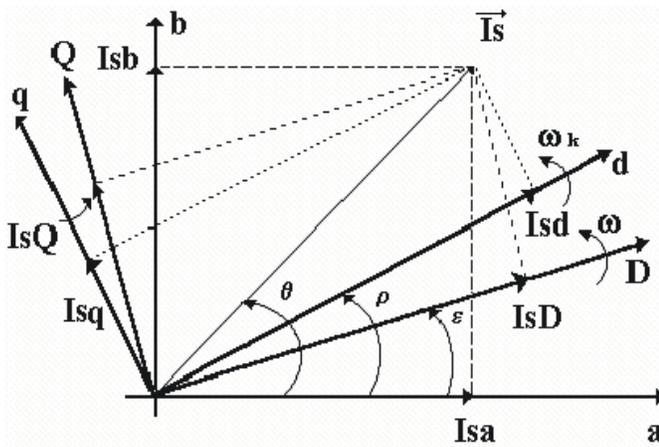
donde:

$u_{sd}, u_{sq}, u_{rd}, u_{rq}$: Componentes del vector tensión de estator y rotor en el sistema de referencia K .

$i_{sd}, i_{sq}, i_{rd}, i_{rq}$: Componentes del vector corriente de estator y rotor en el sistema de referencia K .

D : Operador derivada.

Resulta evidente al sustituir las componentes de tensión del rotor por cero se está representando al motor de jaula de ardilla, y al dejar el genérico w_k para representar los diferentes sistemas de coordenadas, se puede con este sistema de ecuaciones hacer un programa que pueda ser representativo del motor en cada sistema (figura 1).



Sistema de coordenadas.

1

donde:

$\omega_k = 0 \Rightarrow$ sistema de coordenadas a, b.

$\omega_k = \omega \Rightarrow$ sistema de coordenadas D, Q,

$\omega_k = \omega_1 \Rightarrow$ sistema de coordenadas d, q , sincrónico con la frecuencia de alimentación del estator.

$$\frac{d\rho}{dt} = \omega_k \quad \dots(8)$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \omega \quad \dots(9)$$

Las transformaciones de coordenadas utilizadas en el programa son:

Del sistema trifásico a bifásico (a, b):

$$i_{sa} = \frac{3}{2} i_{s1} \quad \dots(10)$$

$$i_{sb} = \frac{\sqrt{3}}{2} (i_{s2} - i_{s3}) \quad \dots(11)$$

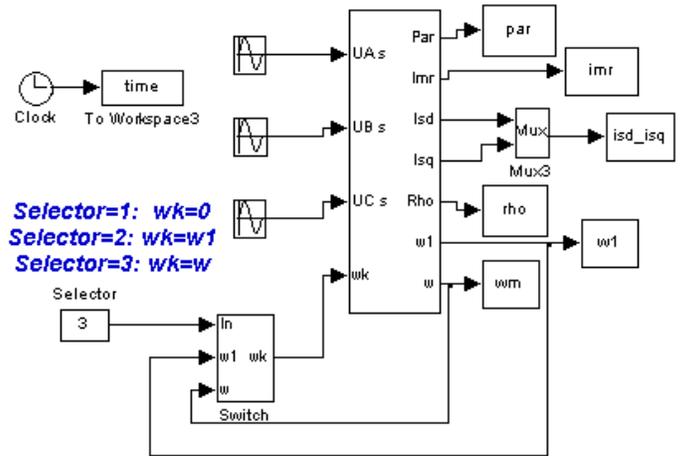
De bifásico a d, q en sincronismo:

$$\begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \rho & \sen \rho \\ -\sen \rho & \cos \rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \end{bmatrix} \quad \dots(12)$$

De bifásico a los ejes D, Q solidarios a los ejes del rotor.

$$\begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon & \sen \varepsilon \\ -\sen \varepsilon & \cos \varepsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \end{bmatrix} \quad \dots(13)$$

La figura 2 muestra, cómo con un simple conmutador manual se puede pasar de un sistema de coordenadas a otro, por ejemplo, si se quiere representar el motor en los ejes del estator (a,b) entonces el marco de referencia w debe ser cero para que el ángulo sea cero y no se produzca la rotación de ejes.



Luego de la simulación, correr el programa GRAFMODEL.m

Programa en Simulink del motor para diferentes sistemas de coordenadas.

2

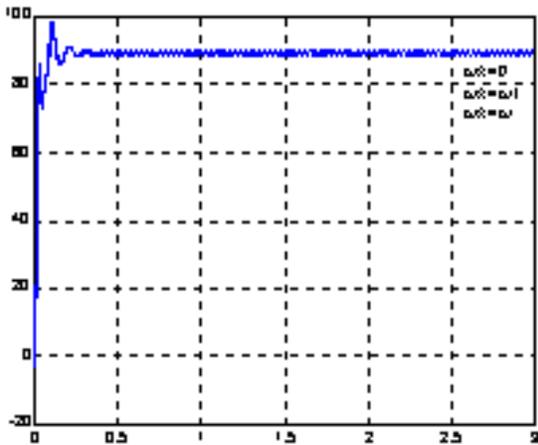
ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para la validación del modelo de simulación se realizaron corridas para las más disímiles condiciones, con las especificaciones técnicas de un motor. Se muestra una selección de los resultados obtenidos de forma gráfica, con los comentarios imprescindibles.

En las figuras 3, 4 y 5 se observa el comportamiento de la velocidad, la potencia y el par electromagnético del motor en los tres sistemas de coordenadas. En esta condición el motor es sometido a una carga de 10 N.m. Se aprecia como las respuestas para cada sistema es la misma lo que valida el programa.

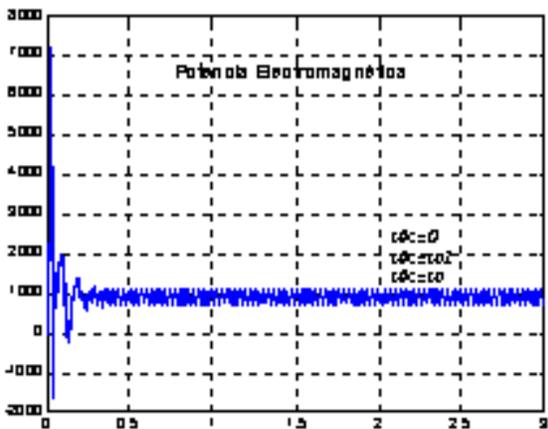
En las figuras 6 y 7 se observa cómo las componentes del par, y de las corrientes luego de la transformación de coordenadas, son diferentes para cada marco de referencia aunque el par resultante es igual al mostrado en la figura 5.

La figura 8 muestra el comportamiento de la corriente de magnetización cuya frecuencia depende del sistema escogido.



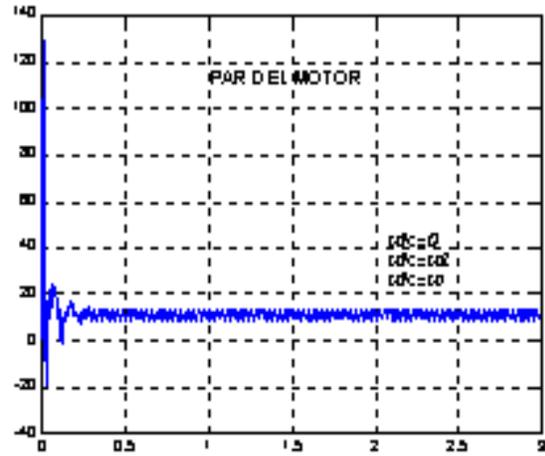
Respuesta de velocidad del motor en los 3 sistemas de coordenadas.

3



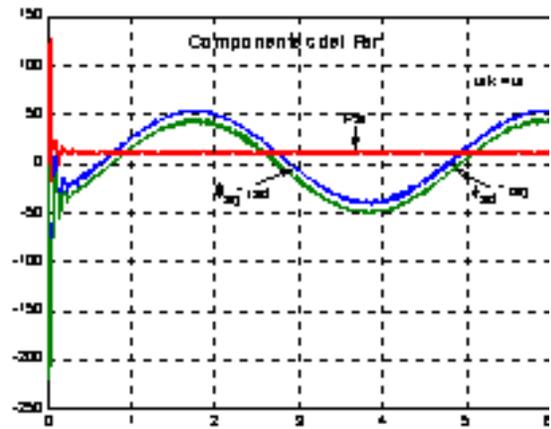
Respuesta de potencia del motor en los 3 sistemas de coordenadas.

4



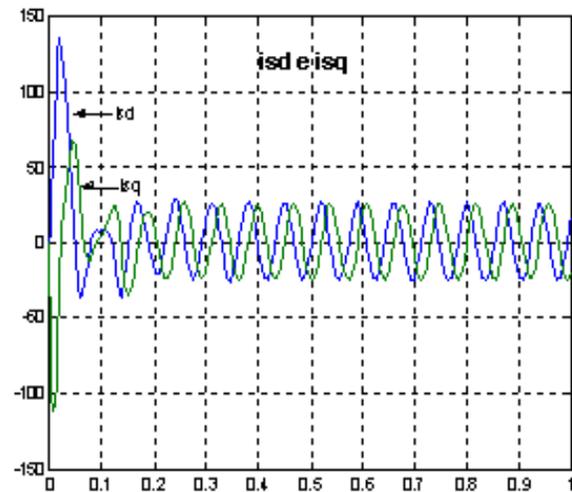
Par del motor en las 3 referencias.

5



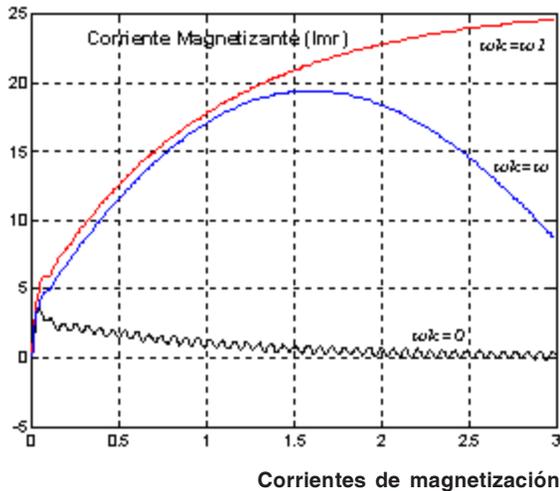
Componentes del par ($\omega_k = \omega$).

6



Componentes isd e isq ($\omega_k = 0$).

7



5

CONCLUSIONES

El modelo de simulación desarrollado sobre la base de unas ecuaciones generales permite tener una idea más clara del comportamiento del motor analizado en estos sistemas de coordenadas y poder corroborar mediante la simulación los planteamientos matemáticos de la teoría de campo orientado.

REFERENCIAS

1. **Park, R. H.:** Two-Reaction Theory of Synchronous Machines Generalized Method of Analysis-Part I, *AIEE Trans.*, Vol. 48, pp. 716-727, July, 1929.
2. **Kovacs, P. K. and I. Racz:** *Transient Vorgänge in Wechselstrom Maschinen*, Budapest, 1959.
3. **Krause, P.C.:** *Analysis of Electric Machinery*, McGraw-Hill, New York, 1986.
4. **Blaschke, F.:** "The Principle of Field Orientation as Applied to New Transvector Closed-Loop Control System for Rotating Machines," *Siemens Review*, Vol. 39, pp. 217-220, May, 1972.
5. **Hasse, K.:** *Zur Dynamik Drehzahl geregelter Antriebe Stromrichter gespeister Asynchron-kurzschluß Blauferrmaschinen*, Tech. Hochsch, Darmstadt, 1969.
6. **Bose, B. K.:** *Power Electronics And AC Drives*, Prentice Hall, 1986.

AUTORES

Modesto Angulo Aguilera

Ingeniero Electricista, Doctor en Ciencias Técnicas, Profesor Auxiliar, Departamento de Electroenergética, Universidad de Oriente, Santiago de Cuba, Cuba
e-mail: angulo@ee.fie.uo.edu.cu

Ariel Domínguez Cardosa

Ingeniero Electricista, Asistente, Departamento de Electroenergética, Facultad de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Oriente, Santiago de Cuba, Cuba

FÁBRICA DE TRANSFORMADORES

