



Optimización del sistema de control de las pequeñas centrales hidroeléctricas (segunda parte): Modelo matemático de optimización

Luis Jerónimo García
 Ángel Luis Ricardo
 Luis Alberto Castañeda

Recibido: Septiembre del 2004
 Aprobado: Noviembre del 2004

Resumen / Abstract

En la primera parte de este trabajo se pudo apreciar lo complejo que resulta el proceso de control de las pequeñas centrales hidroeléctricas (PCH) mediante la regulación del gasto de agua por la cantidad de variables que en él intervienen. Esto trae como consecuencia que un mismo problema pueda tener múltiples soluciones, por lo que los métodos de solución que normalmente se utilizan para determinar los parámetros de trabajo del regulador consideran constantes muchas de las variables, obteniéndose una solución no optimizada del problema.

Palabras clave: optimización, control, minihidroeléctricas, Solver

In the first part of this work it could appreciate the complex thing that is the control process of small hydropower's (SHP) by means of the regulation of the flow of water due to the great quantity of variables that intervene in it. This results in the fact that a given problem can have multiple solutions, because the solution methods that are usually used to determine the parameters of work of the regulator cannot be applied since they consider constant many of the variables. Therefore, the obtained solution in this way cannot optimize the problem.

Key words: optimization, control, mini hydropower, Solver

INTRODUCCIÓN

En el sentido estricto de la palabra, para cada PCH existe una combinación óptima de todos los parámetros que intervienen en el proceso de control. Es decir, hay que determinar el tiempo de cierre y abertura del regulador en función de las características del sistema hidráulico y de las máquinas instaladas. Esto solo es posible lograrlo en cada caso mediante un proceso de optimización.

Independientemente del problema analizado, existen elementos comunes en cualquier proceso de optimización. Esos elementos comunes incluyen:

- El uso de criterios distintivos (función objetivo).
- La necesidad de relaciones matemáticas que vinculen esos criterios a las variables del sistema.
- El requerimiento de que determinadas variables sean controladas.
- La existencia de restricciones que limitan el rango de variación de algunas o todas las variables.
- La importancia de ser capaz de hallar la solución.

Cuando los modelos han sido definidos y es posible obtener una solución, debe seleccionarse una técnica adecuada de optimización.

CRITERIOS QUE PERMITEN ESTABLECER LA RELACIÓN ENTRE LAS CONSTANTES DE TIEMPO*

Las restricciones para el cierre y la apertura del distribuidor deben cumplirse necesariamente por las razones expuestas en la primera parte de este trabajo, es decir:

$$T_H < T_C < T_a$$

$$T_H < T_a < T_0$$

¿Cómo establecer entonces los valores de esos tiempos?

Estas restricciones en la técnica de optimización son consideradas dentro de la categoría de físicas, pues establecen relaciones inviolables.

En dependencia de las características del problema se pueden establecer otras restricciones cuyos valores se fijan mediante criterios que pueden variar dentro de ciertos límites. Dentro de estas se encuentran: las variaciones máximas permitidas para la frecuencia y la potencia (Δ_p) y (Δ_P); y el incremento máximo permitido para la velocidad ($\phi_{m\acute{a}x}$) y la elevación de la presión en la tubería durante el cierre.¹

La frecuencia normal en Cuba es de 60 Hz. Para las PCH se establece como norma para la actuación del regulador $\Delta P = 3\%$ (potencia-demanda) y la desviación máxima permitida durante el proceso de regulación es de ± 1 Hz (para $\Delta f = 1,66\%$).²

El incremento temporal de velocidad máximo permitido ($\phi_{m\acute{a}x}$) para pequeñas centrales durante el cierre completo, es del 30 al 50 %. Siendo los valores superiores para los grupos de menor potencia. Normalmente se acepta una elevación máxima de la presión en la tubería de: $h^+ = (0,3-0,5)$ H

$$\beta = \left(\frac{H + h^+}{H} \right) = 1,3 - 1,5$$

Aunque, este último criterio está en dependencia de la altura del salto, material y espesor de la tubería.

ALGORITMO UTILIZADO EN EL DISEÑO DEL MODELO MATEMÁTICO DE OPTIMIZACIÓN

Para el diseño del modelo matemático de optimización de los parámetros dinámicos del control de las PCH se propone el siguiente procedimiento:

*Las fórmulas utilizadas fueron presentadas en la primera parte de este artículo.

Durante el cierre

• Con los datos de la instalación se determinan la constante de tiempo hidráulica (T_H), y el tiempo del primer ciclo de la onda de presión (T_S):

$$T_H = \frac{L \cdot V}{g \cdot H_B}; T_S = \frac{2L}{a}$$

• A partir del sistema de dos ecuaciones formado por la ecuación de segundo grado de Allievi y la fórmula de Braun y fijando los valores límites del aumento temporal de velocidad ($\phi_{m\acute{a}x}$) y del aumento de presión (b), se determinan la constante de aceleración T_a y el tiempo de cierre mínimo T_c .

• Conocida la constante de aceleración, se determina el momento de inercia óptimo que debe tener el grupo GD^2 y de ser necesario se completa mediante la adición de un volante.

Durante la abertura

• Con la variación máxima permitida de la frecuencia, y con el aumento máximo permitido de la demanda antes de que el sistema de control comience a actuar se fijan las condiciones de frontera.

$$\Delta f = \frac{f_n - f}{f_n} \cdot 100 = \frac{n - n_n}{n} \cdot 100$$

De la figura 1 se tiene que:

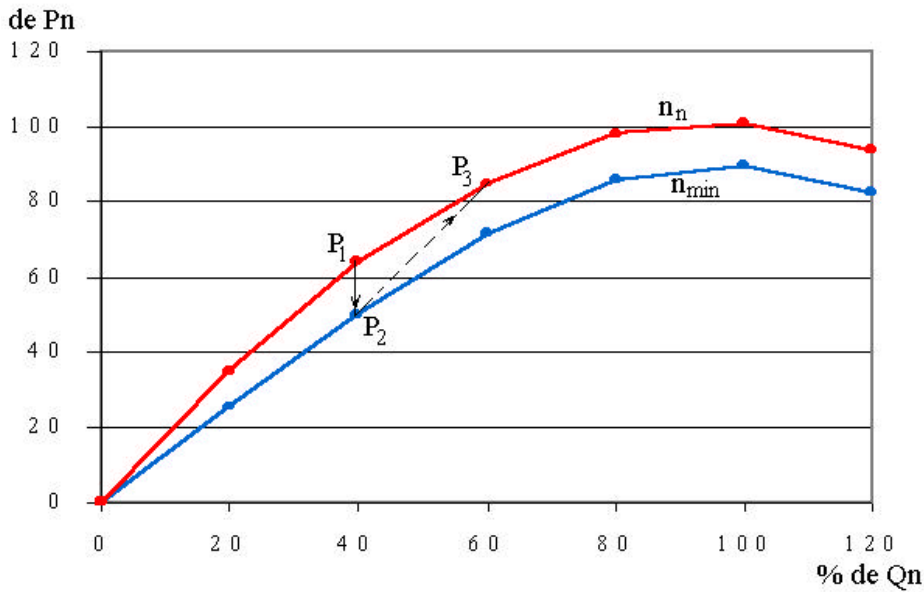
$$\Delta P_{1-3}(\%) = \frac{P_3 - P_1}{P_1} \cdot 100 (\%)$$

El tiempo de abertura mínimo necesario para aumentar la potencia hasta el nuevo valor se puede expresar entonces por:

$$T_0 = \frac{GD^2 (n_n^2 - n^2)}{364 \, 756 \cdot g \cdot \Delta P_{2-3}}$$

La caída de presión ΔP_{1-2} se produce con el gasto de agua constante desde n_n hasta n . Por las leyes de la semejanza hidrodinámica se puede determinar la disminución de la potencia de la turbina:

$$\Delta P_{1-2} = P_1 \cdot \left(1 - \left(\frac{n}{n_n} \right)^2 \right)$$



Comportamiento de la potencia al aumentar la demanda.

1

MODELO MATEMÁTICO DE OPTIMIZACIÓN Durante el cierre

Función objetivo:
De la ecuación de Allievi

$$\left(\frac{H + h^+}{H} \right) + 2 \cdot \frac{T_H}{T_C} \left(\frac{H + h^+}{H} \right)^{0,5} \cdot \left(\frac{T_C - T_S}{T_C} \right) - \left(1 + 2 \frac{T_H}{T_S} \right) = 0$$

Restricciones:
De la ecuación de Braun:

$$0,5 \frac{T_C + 1,5 \cdot T_H \left(1 - 0,4 \frac{T_H}{T_C} \right)}{T_a + 0,25 \cdot T_C} - \varphi_{\max} = 0 ;$$

Además, $T_H > T_S$; $T_C > T_H$; $T_a > T_C$

Variables:
 T_a ; T_C ; GD^2

Durante la abertura
Función objetivo:

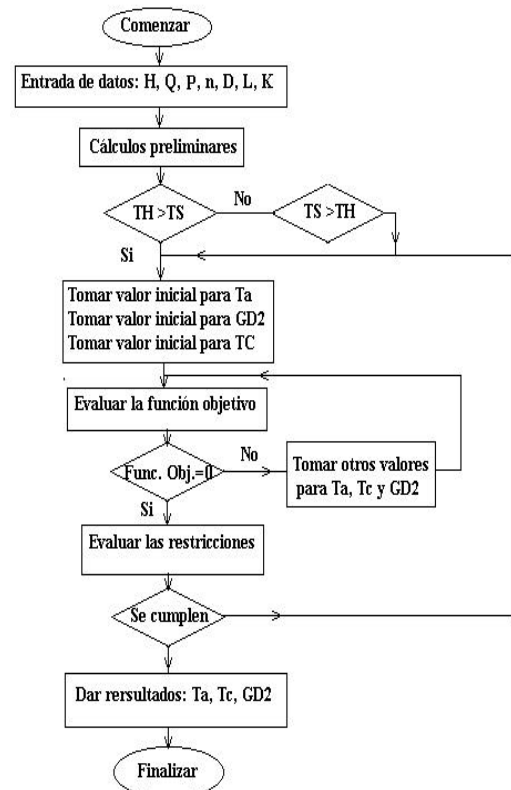
$$\frac{GD^2 (n_n^2 - n^2)}{364755 \cdot g \cdot T_0} - P_1 \cdot \left(1 - \left(\frac{n}{n_n} \right)^2 \right) - (P_3 - P_1) = 0$$

Variable:
 T_0

Restricciones:

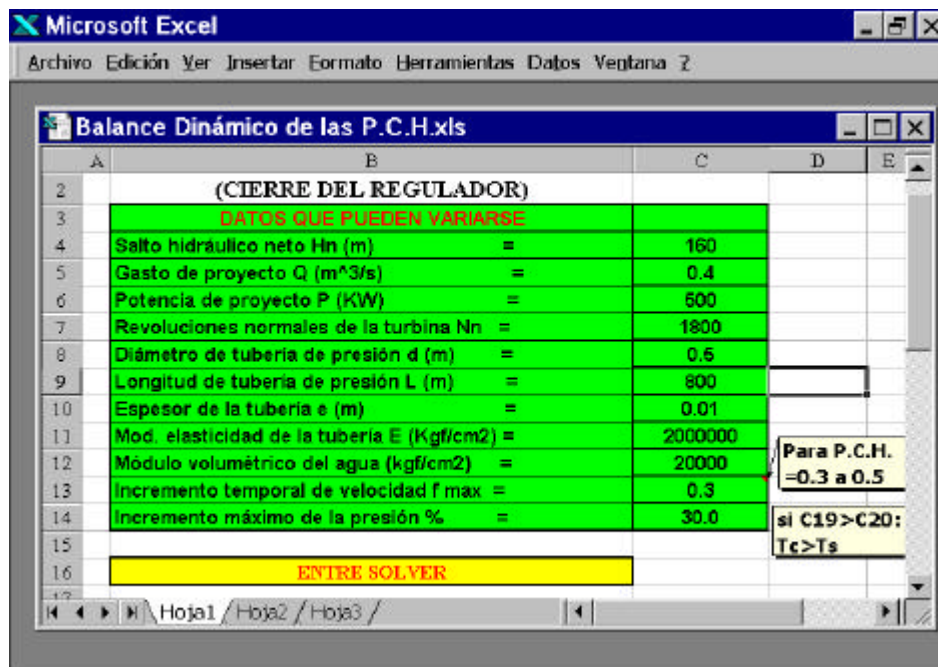
$T_0 > T_a > T_H$; Variación máxima de la frecuencia (Δ_f);
Variación máxima de la potencia (Δ_P)

En la figura 2. se muestra el algoritmo de cálculo y en las figuras 3,4 y 5 las hojas de cálculo del programa.



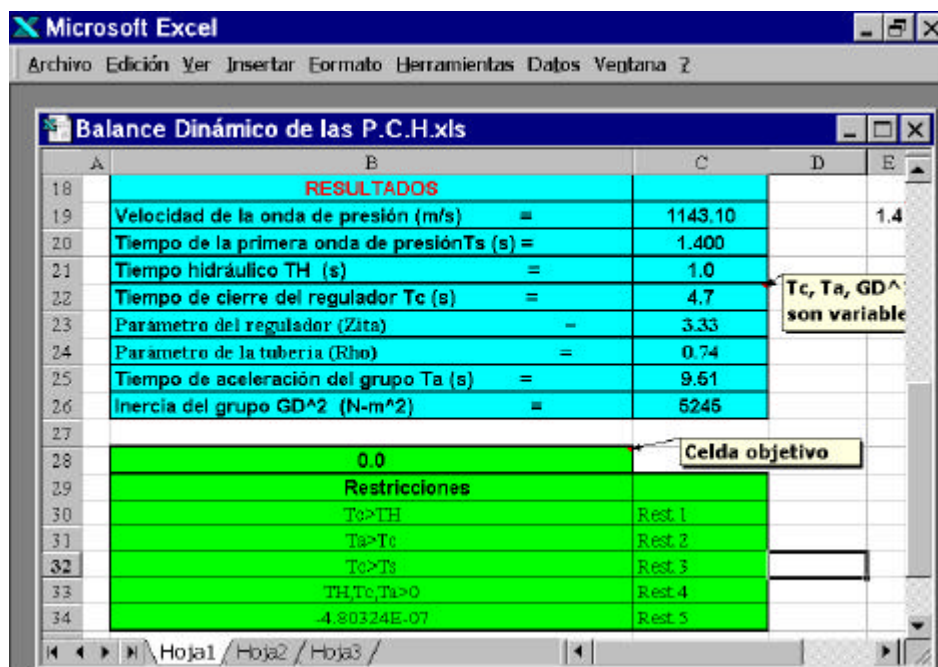
Esquema del algoritmo para la optimización del cierre del regulador.

2



Pantalla principal de entrada de datos para la optimización dinámica.

3



Pantalla de resultados durante el cierre del regulador.

4

A	B	C
1	TIEMPO OPTIMO DE ABERTURA DEL REGULADOR	
2	DATOS QUE PUEDEN VARIARSE	
3	Variación máxima de la frecuencia (%)	2
4	Máxima diferencia potencia-demanda (%)	2
5	Momento de inercia del grupo GD^2 (N-m ²)	5245
6	ENTRE "SOLVER"	
7	RESULTADOS	
8	Frecuencia mínima de la corriente Hz	58.8
9	Revoluciones mínima de la turbina rpm	1764
10	Aumento de la demanda (kW)	10.00
11	Aumento requerido de potencia Delta P	29.80
12	Potencia para vencer la inercia (kw)	19.80
13	Tiempo mínimo para apertura segura (s)	6.32
14		-3.09E-07
15		Función objetivo

Pantalla de optimización durante la abertura del regulador.

5

CONCLUSIONES

Los tiempos requeridos para la abertura y el cierre del regulador y el momento de inercia requerida para el grupo turbogenerador pueden ser calculados de forma precisa mediante un proceso de optimización de las variables.

Mediante las conocidas ecuaciones de Allievi y de Braun, que relacionan las constantes de tiempo con la elevación de la presión máxima y el incremento de velocidad respectivamente y la utilización de las restricciones físicas del problema, se puede diseñar el modelo matemático de optimización de las variables.

La solución del sistema de ecuaciones e inecuaciones del modelo matemático se puede llevar a cabo mediante la herramienta Solver en hoja de cálculo. Esto facilita su utilización e interpretación.

REFERENCIAS

1. Jiandong, Tong: *Small Hydraulic Turbine*, pp. 47-49 Hangzhou International Center, R.P. China, 1996.
2. Catálogo de la Enteg Ag. *Energy Technology Development: La inteligencia del sistema DTC-12 para la regulación y supervisión de pequeñas centrales hidráulicas*, Suiza, 1995.
3. Fylstra, Daniel; Leon Lasdon; John Watson and Alan Waren: *Design and Use of the Microsoft Excel Solver*, INFORMS INTERFACES 28:5, pp. 29-55, September-October, 1998.

SÍMBOLOS Y ABREVIATURAS UTILIZADOS

- A, B, C, D: Coeficientes.
 a: Velocidad del sonido.
 D: Diámetro de las masas rotatorias.

E: Módulo de elasticidad del acero.

e: Espesor de tubería.

G: Peso de las masas rotatorias.

g: Aceleración de la gravedad.

H: Salto hidráulico.

h^* : Aumento de la presión en la tubería.

L: Longitud de tubería.

M_n : Momento normal.

n_n : Revoluciones normales.

P_n : Potencia normal.

T_a : Constante de aceleración del grupo.

T_c : Constante de tiempo del regulador.

T_H : Constante de tiempo hidráulica.

T_S : Tiempo de la primera onda de presión del golpe de ariete.

ϕ_{max} : Incremento temporal de velocidad.

g: Peso específico del agua.

w: Velocidad angular.

AUTORES

Luis Jerónimo García Faure

Ingeniero Mecánico, Máster en Ciencias Técnicas, Profesor Auxiliar, Centro de Estudio de Eficiencia Energética, Universidad de Oriente, Santiago de Cuba, Cuba

e-mail: lgarcia@ceefe.uo.edu.cu

lgarcia432003@yahoo.es

Ángel Luis Ricardo Grave de Peralta

Ingeniero Electricista, Empresa de Hidroenergía, Santiago de Cuba, Cuba

e-mail: mariaef@hidroestg.co.cu

Luis Alberto Castañeda Garay

Ingeniero Hidrotécnico, Empresa de Hidroenergía, Santiago de Cuba, Cuba

e-mail: mariaef@hidroestg.co.cu