



Desarrollo de algoritmo para el estudio de estabilidad ante pequeñas perturbaciones. Parte 1. Desarrollo del modelo matemático

Lázaro Guerra
Antonio A. Martínez

Recibido: Mayo del 2004
Aprobado: Julio del 2004

Resumen / Abstract

Los estudios de estabilidad de los sistemas eléctricos de potencia (SEP) siguen siendo de gran importancia para el mejor comportamiento del sistema ante diferentes perturbaciones. Lo anterior se logra a partir de correctos ajustes de las excitatrices y estabilizadores de potencia (PSS). Para ello son necesarios estudios de estabilidad ante pequeñas y grandes perturbaciones. En el presente trabajo se propone una herramienta para el estudio del comportamiento de sistemas de hasta 100 generadores ante pequeñas perturbaciones. Palabras clave: estabilidad, pequeñas perturbaciones, sistemas de excitación

Stability analysis of electric power systems are necessary to obtain better behaviour of the system under dynamic conditions via correct adjustments of excitation systems and power system stabilizers (PSS). These adjustments can be obtained based in static and transitory studies. In the present paper the authors describes an algorithm to study the behaviour of systems with no more than 100 generators under small perturbations

Key words: stability, small perturbations, excitation systems

INTRODUCCIÓN

En la actualidad han sido desarrollados diferentes métodos para el estudio de los SEP ante pequeñas perturbaciones, entre ellos se pueden citar:

1. Inverse iteration and generalized quotient iteration.^{1,2}
2. Analysis of essentially spontaneous oscillations in power systems (AESOPS).^{3,4}
3. Respuesta en el dominio del tiempo a un escalón.⁵
4. Método de Arnoldi modificado.^{6,7}
5. Método exacto, que utiliza el método Q-R para el cálculo de los autovalores.

Los cuatro primeros métodos se basan en aproximaciones para reducir las dimensiones de la matriz de estado a procesar, por lo que su aplicación a sistemas muy grandes ha sido satisfactoria. El último se aplica fundamentalmente a sistemas de

dimensiones menores que tienen hasta 100 máquinas generadoras.

En la actualidad están en proceso de generalización otros métodos aplicables también a sistemas de grandes dimensiones:

6. Algoritmo híbrido de dos etapas.⁸
7. Algoritmo bi-iterativo.⁹
8. Método de la matriz S.¹⁰

En esto caso dadas las dimensiones del sistema cubano y teniendo en cuenta los estudios realizados,¹¹ donde los tiempos de cálculo para sistemas de hasta 100 máquinas por el método exacto, con una Pentium 4 de 1,76 MHz, fueron del orden de 1 min se decide desarrollar un algoritmo basado en la modelación completa del sistema.

DESARROLLO

Para formar la matriz de estado del sistema es necesaria la modelación de todos los dispositivos que tienen influencia en la dinámica del mismo:

- | | |
|------------------------------|---|
| a) Generadores. | d) Estabilizadores de potencia. |
| b) Transductores de voltaje. | e) Cargas |
| c) Sistemas de excitación. | f) Otros dispositivos de control del sistema. |

Modelo del generador

Se utiliza el modelo del generador despreciando los enrollados compensadores, sobre la base de que la inmensa mayoría de los generadores en Cuba son de rotor cilíndrico y sin enrollados compensadores. No obstante con este modelo no es posible tener en cuenta el fenómeno relacionado con la circulación de corrientes parásitas inducidas en el rotor sólido durante transitorios en los generadores, que puede hacerse considerando enrollados ficticios en los ejes directo y en cuadratura del generador. En el anexo 1 se relacionan las ecuaciones para la modelación del generador linealizadas alrededor de un régimen inicial, referidas a los ejes d y q de cada máquina y como quedan estas cuando se refieren a un eje de referencia común del sistema, ejes I y R.

Modelo del sistema de excitación

Existen innumerables esquemas para la modelación de los diferentes sistemas de excitación existentes en la actualidad. En la referencia 12 se hace una clasificación en la que se asegura pueden incluirse todos los reguladores existentes en la actualidad. En el presente trabajo se modela una excitatriz rápida, clasificada como ST1A y una lenta rotatoria clasificada como DC1A. Las ecuaciones linealizadas de ambos sistemas de excitación se muestran en el anexo 1.

Modelo del transductor de voltaje

En el anexo 1 se muestra el diagrama en bloques del transductor de voltaje terminal, su ecuación linealizada y como queda la ecuación de estado cuando se refiere al sistema de referencia común del sistema I-R.

Modelo del estabilizador de potencia (PSS)

Se modela un sistema estabilizador de potencia que toma como señal de entrada las variaciones de velocidad con un bloque *washout* y 2 redes de adelanto-atraso, como se muestra en el anexo 1.

Una vez obtenidas las ecuaciones de estado de cada generador y sus dispositivos de control por separado, que para el caso de un sistema de excitación DC1A. Considerando PSS adopta la forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{\Delta E_d} \\ \dot{\Delta E_q} \\ \dot{\Delta w} \\ \dot{\Delta d} \\ \dot{\Delta V_1} \\ \dot{\Delta E_{fd}} \\ \dot{\Delta V_3} \\ \dot{\Delta V_{Re}} \\ \dot{\Delta g_1} \\ \dot{\Delta g_2} \\ \dot{\Delta V_s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} & a_{17} & a_{18} & a_{19} & a_{110} & a_{111} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} & a_{27} & a_{28} & a_{29} & a_{210} & a_{211} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} & a_{37} & a_{38} & a_{39} & a_{310} & a_{311} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} & a_{47} & a_{48} & a_{49} & a_{410} & a_{411} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & a_{56} & a_{57} & a_{58} & a_{59} & a_{510} & a_{511} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{65} & a_{66} & a_{67} & a_{68} & a_{69} & a_{610} & a_{611} \\ a_{71} & a_{72} & a_{73} & a_{74} & a_{75} & a_{76} & a_{77} & a_{78} & a_{79} & a_{710} & a_{711} \\ a_{81} & a_{82} & a_{83} & a_{84} & a_{85} & a_{86} & a_{87} & a_{88} & a_{89} & a_{810} & a_{811} \\ a_{91} & a_{92} & a_{93} & a_{94} & a_{95} & a_{96} & a_{97} & a_{98} & a_{99} & a_{910} & a_{911} \\ a_{101} & a_{102} & a_{103} & a_{104} & a_{105} & a_{106} & a_{107} & a_{108} & a_{109} & a_{1010} & a_{1011} \\ a_{111} & a_{112} & a_{113} & a_{114} & a_{115} & a_{116} & a_{117} & a_{118} & a_{119} & a_{1110} & a_{1111} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E_d \\ \Delta E_q \\ \Delta w \\ \Delta d \\ \Delta V_1 \\ \Delta E_{fd} \\ \Delta V_3 \\ \Delta V_{Re} \\ \Delta g_1 \\ \Delta g_2 \\ \Delta V_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta E_d \\ \Delta E_q \\ \Delta w \\ \Delta d \\ \Delta V_1 \\ \Delta E_{fd} \\ \Delta V_3 \\ \Delta V_{Re} \\ \Delta g_1 \\ \Delta g_2 \\ \Delta V_s \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
& + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \\ b_{41} & b_{42} \\ b_{51} & b_{52} \\ b_{61} & b_{62} \\ b_{71} & b_{72} \\ b_{81} & b_{82} \\ b_{91} & b_{92} \\ b_{101} & b_{102} \\ b_{111} & b_{112} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{ref} \\ \Delta T_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \\ c_{31} & c_{32} \\ c_{41} & c_{42} \\ c_{51} & c_{52} \\ c_{61} & c_{62} \\ c_{71} & c_{72} \\ c_{81} & c_{82} \\ c_{91} & c_{92} \\ c_{101} & c_{102} \\ c_{111} & c_{112} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_R \\ \Delta V_I \end{bmatrix} \quad \dots(1)
\end{aligned}$$

se hace necesario obtener la ecuación de estado de todo el sistema interconectado, para lo cual se requiere de la información de la red y las cargas.

Modelo de las cargas

La modelación dinámica de las cargas puede hacerse poniendo la potencia activa y reactiva de las mismas como función del voltaje y la frecuencia del sistema, en el presente trabajo solo se consideró en el modelo las variaciones de la carga con el voltaje y se programaron tres modelos posibles de la carga como se indica en el anexo 1.

Ecuación de estado general de cada generador

La ecuación (1) de forma general puede expresarse como:

$$\Delta \dot{X}_i = A_i \Delta X_i + B_i \Delta U_i + C_i \Delta V_i \quad \dots(2)$$

y si se considera constante la referencia de voltaje y la potencia mecánica de la turbina queda:

$$\Delta \dot{X} = A[\Delta X] + C[\Delta V] \quad \dots(3)$$

donde:

A: Matriz de estado de cada generador.

ΔX : Vector de estado de cada generador.

C: Matriz de entrada.

ΔV : Vector de entrada.

Para poder completar el planteamiento matemático en el espacio de estado es necesario representar las ecuaciones de salida, que en este caso son las inyecciones de corriente en los nodos generadores, cuyas expresiones linealizadas adoptan la forma:

$$\begin{bmatrix} \Delta V_d \\ \Delta V_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta E'_d \\ \Delta E'_q \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R_a & -X'_q \\ X'_d & R_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_d \\ \Delta i_q \end{bmatrix} \quad \dots(4)$$

y teniendo en cuenta las ecuaciones de transformación de coordenadas (5 y 6) para referir las ecuaciones de cada generador a un sistema común de referencia (ejes R e I).

$$\begin{bmatrix} \Delta V_d \\ \Delta V_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{send} & -\cos d \\ \cos d & \text{send} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_R \\ \Delta V_I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_{qo} \\ -V_{do} \end{bmatrix} \Delta d \quad \dots(5)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta I_d \\ \Delta I_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{send} & -\cos d \\ \cos d & \text{send} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta I_R \\ \Delta I_I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_{qo} \\ -I_{do} \end{bmatrix} \Delta d \quad \dots(6)$$

se llega a ecuaciones que dan las inyecciones de los generadores ya relacionadas con una referencia común del sistema como función de las variables de estado ΔE_d , ΔE_q , $\Delta \delta$ y las variables de entrada que son los voltajes terminales referidos a ejes de referencia comunes R e I , ΔU_R y ΔU_I que serán las ecuaciones de salida de cada generador que se necesitaban y que adoptan la forma para un generador con sistema de excitación ST1A y estabilizador de potencia:

$$\begin{bmatrix} \Delta I_R \\ \Delta I_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} & d_{19} & d_{110} & d_{111} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} & d_{29} & d_{210} & d_{211} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E_d \\ \Delta E_q \\ \Delta \omega \\ \Delta \delta \\ \Delta V_1 \\ \Delta E_{fd} \\ \Delta \gamma_1 \\ \Delta \gamma_2 \\ \Delta V_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} \\ e_{21} & e_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_R \\ \Delta V_I \end{bmatrix} \quad \dots(7)$$

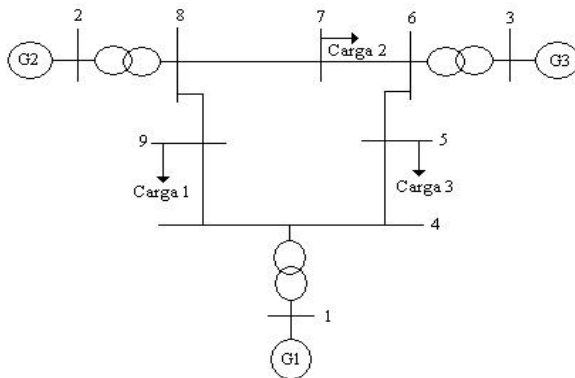
donde:

D: Matriz de salida.

E: Matriz *feedforward*.

Ecuaciones de estado del sistema interconectado

Para analizar la estabilidad del sistema se necesita tener las ecuaciones de estado del sistema interconectado. Para poder explicar el proceso se tomará como base el esquema de la figura 1 con 3 generadores, suponiendo que cada generador tenga 9 variables de estado.



Esquema tomado como ejemplo.

En este caso las ecuaciones de estado de los tres generadores pueden representarse como:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{X}_1 \\ \Delta \dot{X}_2 \\ \Delta \dot{X}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_2 & 0 \\ 0 & 0 & A_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_1 \\ \Delta X_2 \\ \Delta X_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & B_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U_1 \\ \Delta U_2 \\ \Delta U_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \end{bmatrix}$$

En forma compacta:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{X}_g \end{bmatrix}_{27 \times 1} = \begin{bmatrix} A_g \end{bmatrix}_{27 \times 27} \begin{bmatrix} \Delta X_g \end{bmatrix}_{27 \times 1} + \begin{bmatrix} B_g \end{bmatrix}_{27 \times 6} \begin{bmatrix} \Delta U_g \end{bmatrix}_{6 \times 1} + \begin{bmatrix} C_g \end{bmatrix}_{27 \times 6} \begin{bmatrix} \Delta V_g \end{bmatrix}_{6 \times 1} \quad \dots(8)$$

y las ecuaciones de salida de los generadores quedan:

$$\begin{bmatrix} \Delta I_1 \\ \Delta I_2 \\ \Delta I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_1 & 0 & 0 \\ 0 & D_2 & 0 \\ 0 & 0 & D_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_1 \\ \Delta X_2 \\ \Delta X_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_1 & 0 & 0 \\ 0 & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & E_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \end{bmatrix}$$

En forma compacta:

$$\begin{bmatrix} \Delta I_g \\ 0 \end{bmatrix}_{18 \times 1} = \begin{bmatrix} \Delta D_g \\ 0 \end{bmatrix}_{18 \times 27} \begin{bmatrix} \Delta X_g \end{bmatrix}_{27 \times 1} + \begin{bmatrix} E_g & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{18 \times 18} \begin{bmatrix} \Delta V_g \\ \Delta V_L \end{bmatrix}_{18 \times 1} \quad \dots(9)$$

Se ha completado con ceros el resto de nodos del sistema que no son generadores.

Ecuaciones de la red

La ecuación nodal de la red completa puede escribirse como:

$$\bar{I} = \bar{Y}\bar{V} \quad \dots(10)$$

y separando la parte real e imaginaria y linealizándola puede escribirse como:

$$\begin{bmatrix} \Delta I_{R1} \\ \Delta I_{I1} \\ \Delta I_{R2} \\ \Delta I_{I2} \\ \Delta I_{R3} \\ \Delta I_{I3} \\ . \\ . \\ . \\ \Delta I_{R9} \\ \Delta I_{I9} \end{bmatrix}_{18 \times 1} = \begin{bmatrix} g_{11} & -b_{11} & g_{12} & -b_{12} & \dots & g_{19} & -b_{19} \\ b_{11} & g_{11} & b_{12} & g_{12} & \dots & b_{19} & g_{19} \\ g_{21} & -b_{21} & g_{22} & -b_{22} & \dots & g_{29} & -b_{29} \\ b_{21} & g_{21} & b_{22} & g_{22} & \dots & b_{29} & g_{29} \\ g_{31} & -b_{31} & g_{32} & -b_{32} & \dots & g_{39} & -b_{39} \\ b_{31} & g_{31} & b_{32} & g_{32} & \dots & b_{39} & g_{39} \\ . & . & . & . & \dots & . & . \\ . & . & . & . & \dots & . & . \\ . & . & . & . & \dots & . & . \\ g_{91} & -b_{91} & g_{92} & -b_{92} & \dots & g_{99} & -b_{99} \\ b_{91} & g_{91} & b_{92} & g_{92} & \dots & b_{99} & g_{99} \end{bmatrix}_{18 \times 18} \begin{bmatrix} \Delta V_{R1} \\ \Delta V_{I1} \\ \Delta V_{R2} \\ \Delta V_{I2} \\ \Delta V_{R3} \\ \Delta V_{I3} \\ . \\ . \\ . \\ \Delta V_{R9} \\ \Delta V_{I9} \end{bmatrix}_{18 \times 1}$$

Si las cargas son representadas como inductancias, que se calculan como se indica en el anexo 1 y se incluyen en la diagonal de la matriz de la red vista arriba, es posible entonces hacer las inyecciones de corrientes en los nodos de carga cero y obtener una matriz de la red similar a la de salida de los generadores que en forma compacta puede escribirse como:

$$\begin{bmatrix} \Delta I_g \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}_{18 \times 1} = \begin{bmatrix} Y_g & Y_{NL} \\ Y_{LN} & Y_L \end{bmatrix}_{18 \times 18} \begin{bmatrix} \Delta V_g \\ \Delta V_L \end{bmatrix}_{18 \times 1} \quad \dots(11)$$

Si se igualan los segundos términos de las ecuaciones 9 y 11 se obtiene:

$$\begin{bmatrix} D_g \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}_{18 \times 27} [X_g]_{27 \times 1} + \begin{bmatrix} E_g & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}_{18 \times 18} \begin{bmatrix} \Delta V_g \\ \Delta V_L \end{bmatrix}_{18 \times 1} = \begin{bmatrix} Y_g & Y_{NL} \\ Y_{LN} & Y_L \end{bmatrix}_{18 \times 18} \begin{bmatrix} \Delta V_g \\ \Delta V_L \end{bmatrix}_{18 \times 1} \quad \dots(12)$$

Despejando $\begin{bmatrix} \Delta V_g \\ \Delta V_L \end{bmatrix}$ de (12) se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \Delta V_g \\ \Delta V_L \end{bmatrix}_{18 \times 1} = [Y_{inv}]_{18 \times 18} \begin{bmatrix} Z_g \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}_{18 \times 27} [X_g]_{27 \times 1} \quad \dots(13)$$

$$[Y_{inv}]_{18 \times 18} = \begin{bmatrix} Y_g - E_g & Y_{NL} \\ Y_{LN} & Y_L \end{bmatrix}_{18 \times 18}^{-1}$$

Reescribiendo la ecuación (8) resulta:

$$[\Delta \dot{X}_g]_{27 \times 1} = [\Delta A_g]_{27 \times 27} [\Delta X_g]_{27 \times 1} + [\Delta B_g]_{27 \times 9} [\Delta U_g]_{9 \times 1} + [\Delta C_g \quad \mathbf{0}]_{27 \times 18} \begin{bmatrix} \Delta V_g \\ \Delta V_L \end{bmatrix}_{18 \times 1}$$

y sustituyendo (13) en (8) resulta:

$$[\dot{X}_g]_{27 \times 1} = [A_g + A_{red}]_{27 \times 27} [X_g]_{27 \times 1} + [B_g]_{27 \times 9} [U_g]_{9 \times 1} \quad \dots(14)$$

donde:

$$[A_{red}]_{27 \times 27} = [C_g \quad \mathbf{0}]_{27 \times 18} [Y_{inv}]_{18 \times 18} \begin{bmatrix} D_g \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}_{18 \times 27}$$

La ecuación (14) es una representación del sistema multimáquinas en la forma estándar de variables de estado donde a partir del cálculo de los autovalores y autovectores de la matriz $A_g + A_{red}$ se puede caracterizar dinámicamente el sistema ante una pequeña perturbación teniendo en cuenta todos los generadores, la red de transmisión y el efecto producido por las cargas.

En el caso que se ha analizado se calculan 27 autovalores a partir de la matriz de estado, siendo los más importantes para los estudios de estabilidad los que corresponden a las variables de estado del rotor de la máquina sincrónica o sea:

$\Delta d_1, \Delta d_2, \Delta d_3, \Delta v_1, \Delta w_2, \Delta w_3$, pues normalmente los amortiguamientos de estas variables de estado son los menores de todos y es por tanto a partir de ellos que se puede valorar la estabilidad del sistema ante perturbaciones pequeñas.

Estos autovalores pueden corresponder a modos locales de oscilación de las máquinas o a modos de oscilación interáreas, lo que es posible determinar a partir de la matriz de participación del sistema. Todos los modos de oscilaciones interáreas tendrán altos coeficientes de participación de máquinas de áreas diferentes y los locales solo tendrán coeficientes altos de participación en máquinas de la misma área, además, los modos de oscilación interáreas son los de menores frecuencias de oscilación. El número de áreas en que oscila el sistema también puede ser obtenido del análisis de la matriz de participación.

CONCLUSIONES

Se ha expuesto el sistema de ecuaciones necesario para los estudios de estabilidad ante pequeñas perturbaciones, que son útiles junto a programas de cálculo de estabilidad transitoria para efectuar los ajustes de los reguladores de excitación de los generadores con un enfoque del sistema. Como limitaciones del modelo expuesto se señala la no consideración del efecto de amortiguamiento de las corrientes parásitas en el rotor, así como la necesidad de modelar otros sistemas de excitación y dispositivos de control existentes en los SEP que en este caso particular no son necesarios.

REFERENCIAS

1. Martins, N. and R. Baitelli: "Analysis of Low Damped Oscillations in Large Power Systems", paper 31-02, Proceedings CIGRÉ-Paris, September, 1982.
2. Martins, N.: "Efficient Eigenvalue and Frequency Response Methods Applied to Power System Small-Signal Stability Studies", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. PWRS-1, No. 1, pp. 217-226, February, 1986.
3. Byerly, R.T. ; D.E. Sherman and R.J. Bennon: "Frequency Domain Analysis of Low-Frequency Oscillations in Large Electric Power Systems", *EPRI EL-726 Project 744-1, Final Report, Part 1*, April, 1979.
4. Kundur, P. et al.: "A Comprehensive Computer Program for Small Signal Stability Analysis of Power Systems", *IEEE Trans. on Power Systems*, PWRS-5, pp. 1706-1083, 1990.
5. Martins, N. et al.: *The Brazilian Utilities Package for the Analysis and Control of Small-Signal Stability of Large*.
6. Wang, L. and A. Semlyen: "Application of Sparse Eigenvalue Techniques to Small-Signal Stability Analysis of Large Power Systems", *IEEE. Trans. on Power Systems*, PWRS-6, No. 6, pp. 635-642, May, 1990.
7. Angelidis, G. and A. Semlyen: "Efficient Calculation of Critical Eigenvalues Clusters in the Small Signal Stability Analysis of Large Power Systems", Paper 94 SM 556-1 PWRS, presented at the *IEEE/PES 1994 Summer Meeting*, San Francisco, CA, July, 1994.
8. Campagnolo, J.M.; N. Martins and D.M. Falcão: "An Efficient and Robust Eigenvalue Method for Small-Signal Stability Assessment in Parallel Computers", paper 94SM558-7 PWRS, *IEEE Summer Power Meeting*, S. Francisco, CA, July, 1994.
9. ———: "Refactored Bi-Iteration: A High Performance Eigensolution for Large Power System Matrices", paper accepted for presentation at *IEEE Summer Meeting*, Portland, Oregon, July, 1995.
10. Lima, L.T.G. et al.: "New Methods for Fast Small Signal Stability Assessment of Large Scale Power Systems", paper 95WM190-9 PWRS-3 presented at the *1995 IEEE Winter Power Meeting*, New York, January 1995.
11. Guerra Hernández, Lázaro: "Algoritmo para el análisis de la estabilidad ante pequeñas perturbaciones en sistemas eléctricos de potencia", Tesis de Maestría, CIPEL, Ciudad de La Habana, enero, 2004.
12. "Recommended Practice for Excitation System Models for Power System Stability Studies", *IEEE*, August, 1992.

AUTORES

Lázaro Guerra Hernández,
Ingeniero Electricista, Instructor, Departamento de Ingeniería Eléctrica, Centro de Investigaciones y Pruebas Electroenergéticas (CIPEL), Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Cujae, Ciudad de La Habana, Cuba
e-mail:lazaro@electronica.cujae.edu.cu

Antonio A. Martínez García,
Ingeniero Electricista, Doctor en Ciencias Técnicas, Profesor Titular, Departamento de Ingeniería Eléctrica, Centro de Investigaciones y Pruebas Electroenergéticas (CIPEL), Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría, Cujae, Ciudad de La Habana, Cuba
e-mail:amg@yahoo.es

ANEXO 1

Ecuaciones del modelo linealizado del generador
Referidas a los ejes d y q

$$\Delta \dot{\delta} = \Delta \omega$$

$$\Delta \dot{\omega} = \frac{1}{T_i} [\Delta T_m - \Delta T_e - D \Delta \omega]$$

$$\Delta T_e = [\mathbf{E}'_{do} + (\mathbf{X}'_q - \mathbf{X}'_d) \mathbf{j}_{qo}] \Delta \mathbf{i}_d + [\mathbf{E}'_{qo} + (\mathbf{X}'_d - \mathbf{X}'_q) \mathbf{i}_{do}] \Delta \mathbf{i}_q + \mathbf{i}_{do} \Delta \mathbf{E}'_d + \mathbf{i}_{qo} \Delta \mathbf{E}'_q$$

$$\Delta \dot{\mathbf{E}}'_q = \frac{1}{T_{do}} (\Delta \mathbf{E}_{fd} - \Delta \mathbf{E}'_q - (\mathbf{X}_d - \mathbf{X}'_d) \Delta \mathbf{j}_d)$$

$$\Delta \dot{\mathbf{E}}'_d = \frac{1}{T_{qo}} (-\Delta \mathbf{E}'_d + (\mathbf{X}_q - \mathbf{X}'_q) \Delta \mathbf{j}_q)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{V}_d \\ \Delta \mathbf{V}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{E}'_d \\ \Delta \mathbf{E}'_q \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{R}_a & -\mathbf{X}'_q \\ \mathbf{X}'_d & \mathbf{R}_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{j}_d \\ \Delta \mathbf{j}_q \end{bmatrix}$$

donde:

δ : Angulo de potencia del generador.

ω : Velocidad angular del rotor.

ω_{ref} : Velocidad sincrónica del eje de referencia.

$T_i \frac{2H}{\omega_o}$, donde H es la constante de inercia.

T_m : Momento mecánico aplicado.

T_e : Momento eléctrico.

D : Factor de amortiguamiento.

$\mathbf{i}_d, \mathbf{j}_q$: Corrientes de eje directo y eje en cuadratura.

$\mathbf{V}_d, \mathbf{V}_q$: Voltajes de eje directo y en cuadratura.

$\mathbf{E}_{fd}$: Voltaje de campo.

$\mathbf{E}_d, \mathbf{E}_q$: Componente en el eje d de la fem transitoria interna proporcional a los enlaces de flujo del eje q.

Componente en el eje q de la fem transitoria interna proporcional a los enlaces de flujo del devanado de campo

R_a :Resistencia de armadura.

$X_d, X_{q\infty}$:Reactancias sincrónicas.

X'_d, X'_q :Reactancias transitorias.

T'_{do}, T'_{qo} : Constantes de tiempo transitorias en circuito abierto.

Referidas a los ejes I y R del sistema

$$\Delta \dot{E}'_q = - \left[\frac{1}{T'_{do}} + A2 X'_q \right] \Delta E'_q - [A2 R_a] \Delta E'_d + [A2 (X'_q V_{do} - R_a V_{qo})] \Delta \delta + \\ + [A2 (X'_q \cos \delta_o + R_a \sin \delta_o)] \Delta V_R - [A2 (-X'_q \sin \delta_o + R_a \cos \delta_o)] \Delta V_I + \frac{1}{T'_{do}} E_{fd}$$

donde:

$$A2 = \frac{(X_d - X'_d)}{T'_{do} (R_a^2 + X'_q X'_d)}$$

$$\Delta \dot{W} = - \left[\frac{i_{do} + A3 R_a - A4 X'_d}{T_I} \right] \Delta E'_d - \left[\frac{i_{qo} + A3 X'_q + A4 R_a}{T_I} \right] \Delta E'_q - \frac{D}{T_I} \Delta W \\ - \left[\frac{A3 (X'_q V_{do} - R_a V_{qo}) + A4 (X'_d V_{qo} + R_a V_{do})}{T_I} \right] \Delta \delta + \frac{1}{T_I} \Delta T_m \\ + \left[\frac{A3 (R_a \sin d_o + X'_q \cos d_o) + A4 (-X'_d \sin d_o + R_a \cos d_o)}{T_I} \right] \Delta V_R \\ + \left[\frac{-A3 (R_a \cos d_o - X'_q \sin d_o) + A4 (X'_d \cos d_o + R_a \sin d_o)}{T_I} \right] \Delta V_I$$

donde:

$$A3 = \frac{(E'_{do} + (X'_q - X'_d) i_{qo})}{R_a^2 + X'_q X'_d}$$

$$A4 = \frac{(E'_{qo} + (X'_q - X'_d) i_{do})}{R_a^2 + X'_q X'_d}$$

$$\Delta_d = \Delta_w$$

Ecuaciones del modelo linealizado del sistema de excitación

Ecuación de ΔE_{fd} para el sistema de excitación DC1A.

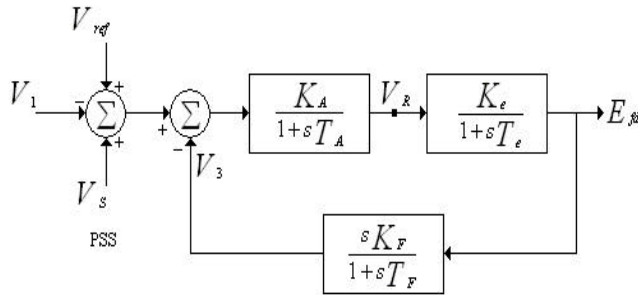


Diagrama en bloques del sistema de excitación DC1A.

A1

$$\Delta E_{fd} = \frac{K_e}{T_e} \Delta V_{Re} - \frac{1}{T_e} \Delta E_{fd}$$

Ecuación de V_{Re}

$$\Delta \dot{V}_{Re} = \frac{K_A}{T_A} [\Delta V_s + \Delta V_{ref} - \Delta V_1 - \Delta V_3] - \frac{1}{T_A} \Delta V_{Re}$$

Ecuación de V_3

$$\Delta \dot{V}_3 = \frac{K_F}{T_F} \left[\frac{K_e}{T_e} \Delta V_{Re} - \frac{1}{T_e} \Delta E_{fd} \right] - \frac{1}{T_F} \Delta V_3$$

V_1 : Voltaje terminal a la salida del transductor.

E_{fd} : Voltaje de campo del generador.

V_s : Voltaje a la salida del bloque PSS.

K_i, T_i : Ganancias y constantes de tiempo de diferentes elementos (Reguladores, Excitadores, Retroalimentaciones).

Ecuación de ΔE_{fd} para sistemas de excitación ST1A.

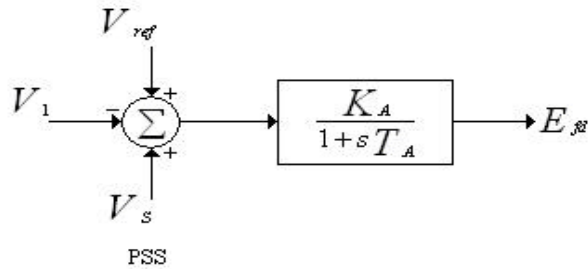


Diagrama en bloques del sistema de excitación ST1A.

A2

$$\Delta \dot{E}_{fd} = \frac{1}{T_A} [-\Delta E_{fd} + K_A (\Delta V_{ref} + \Delta V_s - \Delta V_1)]$$

Ecuaciones del modelo linealizado del PSS

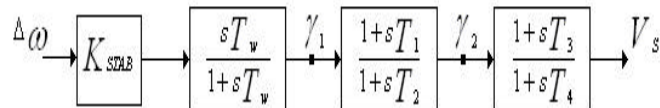


Diagrama en bloques del sistema PSS.

A3

Ecuación de g_1 .

$$\begin{aligned} \Delta \dot{g}_1 = & -K_{STAB} \left[\frac{i_{do} + A3R_a - A4X'_d}{T_i} \right] \Delta E'_d - K_{STAB} \left[\frac{i_{qo} + A3X'_q + A4R_a}{T_i} \right] \Delta E'_q \\ & - K_{STAB} \frac{D}{T_i} \Delta \omega - K_{STAB} \left[\frac{A3(X'_q V_{do} - R_a V_{qo}) + A4(X'_d V_{qo} + R_a V_{do})}{T_i} \right] \Delta d \\ & + K_{STAB} \left[\frac{A3(R_a \sin d_o + X'_q \cos d_o) + A4(-X'_d \sin d_o + R_a \cos d_o)}{T_i} \right] \Delta V_R \\ & + K_{STAB} \left[\frac{-A3(R_a \cos d_o - X'_q \sin d_o) + A4(X'_d \cos d_o + R_a \sin d_o)}{T_i} \right] \Delta V_I \\ & + K_{STAB} \frac{1}{T_i} \Delta T_m - \frac{1}{T_w} \Delta g_1 \end{aligned}$$

Ecuación de g_2

$$\begin{aligned}\dot{\Delta g}_2 = & -A5 \left[\frac{i_{do} + A3R_a - A4X'_d}{T_I} \right] \Delta E'_d - A5 \left[\frac{i_{qo} + A3X'_q + A4R_a}{T_I} \right] \Delta E'_q \\ & - A5 \frac{D}{T_I} \Delta W - A5 \left[\frac{A3(X'_q V_{do} - R_a V_{qo}) + A4(X'_d V_{qo} + R_a V_{do})}{T_I} \right] \Delta d \\ & + A5 \left[\frac{A3(R_a \sin d_o + X'_q \cos d_o) + A4(-X'_d \sin d_o + R_a \cos d_o)}{T_I} \right] \Delta V_R \\ & + A5 \left[\frac{-A3(R_a \cos d_o - X'_q \sin d_o) + A4(X'_d \cos d_o + R_a \sin d_o)}{T_I} \right] \Delta V_I \\ & + A5 \frac{1}{T_I} \Delta T_m - \frac{1}{T_2} \left(1 - \frac{T_1}{T_w} \right) \Delta g_1 - \frac{1}{T_2} \Delta g_2\end{aligned}$$

$$A5 = \frac{K_{STAB} T_1}{T_2}$$

Ecuación de V_s

$$\begin{aligned}\dot{\Delta V}_s = & -A6 \left[\frac{i_{do} + A3R_a - A4X'_d}{T_I} \right] \Delta E'_d - A6 \left[\frac{i_{qo} + A3X'_q + A4R_a}{T_I} \right] \Delta E'_q \\ & - A6 \frac{D}{T_I} \Delta W - A6 \left[\frac{A3(X'_q V_{do} - R_a V_{qo}) + A4(X'_d V_{qo} + R_a V_{do})}{T_I} \right] \Delta d \\ & + A6 \left[\frac{A3(R_a \sin d_o + X'_q \cos d_o) + A4(-X'_d \sin d_o + R_a \cos d_o)}{T_I} \right] \Delta V_R \\ & + A6 \left[\frac{-A3(R_a \cos d_o - X'_q \sin d_o) + A4(X'_d \cos d_o + R_a \sin d_o)}{T_I} \right] \Delta V_I \\ & + A6 \frac{1}{T_I} \Delta T_m - \frac{T_3}{T_2 T_4} \left(1 - \frac{T_1}{T_w} \right) \Delta g_1 - \frac{1}{T_4} \left(1 - \frac{T_3}{T_2} \right) \Delta g_2 - \frac{1}{T_4} \Delta V_s\end{aligned}$$

donde:

$$A6 = \frac{K_{STAB} T_1 T_3}{T_2 T_4}$$

Ecuación del transductor de voltaje

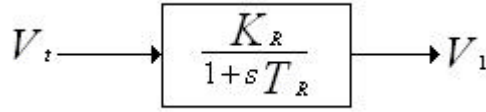


Diagrama en bloques del transductor de voltaje.

A4

$$\Delta \dot{V}_1 = \frac{K_R}{T_R} \left(\frac{V_{do}}{V_{to}} V_{qo} - \frac{V_{qo}}{V_{to}} V_{do} \right) \Delta d + \frac{K_R}{T_R} \left(\frac{V_{do}}{V_{to}} \text{sen} d_o + \frac{V_{qo}}{V_{to}} \text{cos} d_o \right) \Delta V_R$$

$$Eq + \frac{K_R}{T_R} \left(\frac{V_{qo}}{V_{to}} \text{sen} d_o - \frac{V_{do}}{V_{to}} \text{cos} d_o \right) \Delta V_I - \frac{1}{T_R} \Delta V_1$$

Modelo de la carga

$$P_L = P_{Lo} \left(\frac{V}{V_o} \right)^m \quad Q_L = Q_{Lo} \left(\frac{V}{V_o} \right)^n$$

donde:

P_{Lo} : Valor inicial de la componente activa de la carga.

Q_{Lo} : Valor inicial de la componente reactiva de la carga.

V_o : Valor inicial de la magnitud del voltaje en cada nodo.

V : Valor de la magnitud del voltaje por cada nodo.

m, n : Valores que representan el modelo de potencia constante, corriente constante, o impedancia constante.

Las componentes real e imaginaria de la corriente de carga son:

$$i_R = P_L \frac{V_R}{V^2} + Q_L \frac{V_I}{V^2} \quad i_I = P_L \frac{V_I}{V^2} + Q_L \frac{V_R}{V^2}$$

$$\Delta P_L = m \frac{P_{Lo}}{V_o} \Delta V \quad \Delta Q_L = n \frac{Q_{Lo}}{V_o} \Delta V$$

$$\Delta V = \frac{V_{Ro}}{V_o} \Delta V_R + \frac{V_{Io}}{V_o} \Delta V_I$$

$$\Delta i_R = \frac{V_{Ro}}{V_o^2} \Delta P_L + \frac{V_{Io}}{V_o^2} \Delta Q_L + \frac{P_{Lo}}{V_o^2} \Delta V_R + \frac{Q_{Lo}}{V_o^2} \Delta V_I + (P_{Lo} V_{Ro} - Q_{Lo} V_{Io}) \left(\frac{-2}{V_o^3} \right) \Delta V$$

$$\Delta i_I = \frac{V_{Io}}{V_o^2} \Delta P_L - \frac{V_{Ro}}{V_o^2} \Delta Q_L + \frac{P_{Lo}}{V_o^2} \Delta V_I - \frac{Q_{Lo}}{V_o^2} \Delta V_R + (P_{Lo} V_{Io} - Q_{Lo} V_{Ro}) \left(\frac{-2}{V_o^3} \right) \Delta V$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{j}_R \\ \Delta \mathbf{j}_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{RR} & \mathbf{B}_{RI} \\ -\mathbf{B}_{IR} & \mathbf{G}_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{V}_R \\ \Delta \mathbf{V}_I \end{bmatrix}$$

donde:

$$\mathbf{G}_{RR} = \frac{\mathbf{P}_{Lo}}{\mathbf{V}_o^2} \left[(m-2) \frac{\mathbf{V}_{Ro}^2}{\mathbf{V}_o^2} + 1 \right] + \frac{\mathbf{Q}_{Lo}}{\mathbf{V}_o^2} \left[(n-2) \frac{\mathbf{V}_{Ro} \mathbf{V}_{Io}}{\mathbf{V}_o^2} \right]$$

$$\mathbf{B}_{RI} = \frac{\mathbf{Q}_{Lo}}{\mathbf{V}_o^2} \left[(n-2) \frac{\mathbf{V}_{Io}^2}{\mathbf{V}_o^2} + 1 \right] + \frac{\mathbf{P}_{Lo}}{\mathbf{V}_o^2} \left[(m-2) \frac{\mathbf{V}_{Ro} \mathbf{V}_{Io}}{\mathbf{V}_o^2} \right]$$

$$-\mathbf{B}_{IR} = \frac{-\mathbf{Q}_{Lo}}{\mathbf{V}_o^2} \left[(n-2) \frac{\mathbf{V}_{Ro}^2}{\mathbf{V}_o^2} + 1 \right] + \frac{\mathbf{P}_{Lo}}{\mathbf{V}_o^2} \left[(m-2) \frac{\mathbf{V}_{Ro} \mathbf{V}_{Io}}{\mathbf{V}_o^2} \right]$$

$$\mathbf{G}_{II} = \frac{\mathbf{P}_{Lo}}{\mathbf{V}_o^2} \left[(m-2) \frac{\mathbf{V}_{Io}^2}{\mathbf{V}_o^2} + 1 \right] - \frac{\mathbf{Q}_{Lo}}{\mathbf{V}_o^2} \left[(n-2) \frac{\mathbf{V}_{Ro} \mathbf{V}_{Io}}{\mathbf{V}_o^2} \right]$$

Para diferentes valores de m y n se obtendrán los diferentes modelos de las cargas, en particular para:

Potencia constante ($m = n = 0$).

Corriente constante ($m = n = 1$).

Impedancia constante ($m = n = 2$).