



Método de compensación del reactivo en circuitos radiales de distribución

Raúl Carvajal Pérez

Recibido: Septiembre del 2003
Aprobado: Noviembre del 2003

Resumen / Abstract

Se presenta un método para definir el factor de potencia de cada nodo de un circuito de distribución que resulta más económico para la Empresa Eléctrica. Se parte de un pronóstico de cargas en todos los nodos de la red. Se realiza un proceso de optimización para obtener la compensación de reactivo en todos los nodos de la red. El método evalúa la compensación del reactivo en un orden tal que las decisiones tomadas en cada nodo influyan en los cálculos de la compensación en los siguientes nodos. De esta forma, después del cálculo de cada nodo, se detiene el proceso y el usuario decide el banco que instalará en el nodo relacionado con ese cálculo y su decisión se incorpora de forma activa en los siguientes pasos del proceso de cálculo. El método se instrumentó tanto en cálculos semimanuales utilizando Microsoft Excel como en un sistema de cálculo específico.

Palabras clave: Compensación, capacitores, optimización

A method to obtain the optimal power factor in a distribution radial circuit is presented in this paper. This method combine the mathematical result in each node of the circuit with the planner decision about the best capacities of the existent banks in the store. The decision in each node has an influence on the capacities of the optimal capacitors needed in the next nodes.

Key words: Compensation, capacitors, optimization

INTRODUCCIÓN

En la expansión de redes de distribución se realiza el pronóstico por nodos de la red de acuerdo con la carga activa y reactiva actual; cada nodo i de la red en proyecto tiene una demanda $P_i + j Q_i$ propia del nodo. Se trata ahora de ubicar en los nodos j un banco Q_{cj} que resulte económico para todo el circuito.

EFFECTOS DE LA INSTALACIÓN DE UN BANCO DE CAPACITORES

La instalación de un banco en un nodo disminuye la necesidad de reactivo en la trayectoria o camino desde la fuente hasta el nodo.¹ En la figura se instaló un capacitor en el nodo 4; este mejora el reactivo en la trayectoria mostrada (figura 1).

Nótese que la instalación del capacitor disminuye el reactivo que se envía desde 2 a 4 pero esto hace que se haga menor el que se envía desde 1 a 2 y a la vez el que se envía desde la SE a 1; es decir, que se disminuye el reactivo por las líneas desde la SE al nodo de instalación por el camino de suministro. Los tramos al nodo 3 y nodo 5 no alteran el reactivo por sus líneas. En la figura 1, se puede apreciar que el reactivo por las líneas sin capacitor era:

$$Q_r(1) = Q(1) + Q(2) + Q(3) + Q(4) + Q(5)$$

$$Q_r(2) = 0 + Q(2) + 0 + Q(4) + Q(5)$$

$$\begin{aligned} Q_r(3) &= 0 + 0 + Q(3) + 0 + 0 \\ Q_r(4) &= 0 + 0 + 0 + Q(4) + 0 \\ Q_r(5) &= 0 + 0 + 0 + 0 + Q(5) \end{aligned}$$

Con el capacitor instalado cambia el reactivo en los tramos a 1,2 y 4

$$\begin{aligned} Q_r(1) &= Q(1) + Q(2) + Q(3) + (Q_4 - Q_c) + Q(5) \\ Q_r(2) &= 0 + Q(2) + 0 + (Q_4 - Q_c) + Q(5) \\ Q_r(3) &= 0 + 0 + Q(3) + 0 + 0 \\ Q_r(4) &= 0 + 0 + 0 + (Q_4 - Q_c) + 0 \\ Q_r(5) &= 0 + 0 + 0 + 0 + Q(5) \end{aligned}$$

Una forma de representar esto para que sea válido en cualquier red es mediante una matriz topológica o matriz incidencia.² Esta matriz es cuadrada y sus elementos son $a_{ij} = 0$ si el nodo i no es camino del flujo hacia el nodo j y $a_{ij} = 1$ si el nodo i es camino hacia el nodo j . El sistema de ecuaciones anterior se puede representar como:

$$\begin{pmatrix} Q_r(1) \\ Q_r(2) \\ Q_r(3) \\ Q_r(4) \\ Q_r(5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11111 \\ 01011 \\ 00100 \\ 00010 \\ 00001 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Q(1) \\ Q(2) \\ Q(3) \\ Q(4) - Q_c \\ Q(5) \end{pmatrix}$$

En general, la disminución del reactivo en cada línea al nodo i por un capacitor en el nodo j es $a_{ij} \cdot Q_c(j)$. La disminución del reactivo que circula por una línea brinda algunos beneficios técnicos y económicos. Los tres más importantes son:³

1. Regulación del voltaje.

Sin capacitores

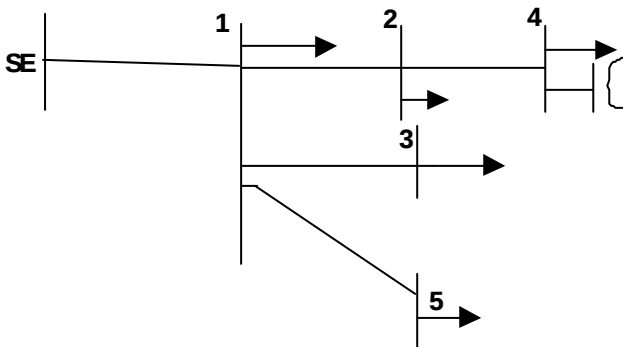
$$\Delta U_{sc} = (P \cdot R + Q \cdot X) / UI \quad \text{Volt}$$

Con capacitores

$$\Delta U_{cc} = (P \cdot R + (Q - Q_c) \cdot X) / UI \quad \text{Volt}$$

Disminuyendo la caída de voltaje en una cuantía

$$\Delta U_{cap} = Q_c \cdot X / UI \quad \text{Volt}$$

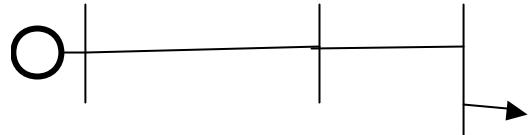


1

que expresada en porcentaje

$$\% \Delta U_{cap} = Q_c \cdot X / (10 \cdot UI^2)$$

Ejemplo. Un tramo de línea de 600 m al nodo i por el que circulan $200 + j 150$ kVA es afectado por la instalación de 90 kVar en un nodo j donde se cumple $a_{ij} = 1$. Determine la regulación de voltaje que produce el capacitor en el tramo a i con los datos de la figura 2.



2

La reactancia total $X = 0,4 \cdot 0,6 = 0,24 \Omega$.

$$\begin{aligned} \% \Delta U_{cap} &= Q_c \cdot X / (10 \cdot UI^2) = \\ &= 90 \cdot 0,24 / (10 \cdot 0,48^2) = 9,37 \% \end{aligned}$$

2. Liberación de capacidad en el sistema eléctrico.

Sin capacitores se requiere:

$$S_{sc} = P + j Q$$

Con capacitores se requiere:

$$S_{cc} = P + j (Q - Q_c) \text{ que es menor}$$

En el ejemplo, el transformador tiene que disponer de:

$$S_{tsc} = \sqrt{200^2 + 150^2} = 225 \text{ kVA}$$

pero,

$$S_{tcc} = \sqrt{200^2 + (150 - 90)^2} = 208 \text{ kVA}$$

quedando una capacidad de 17 kVA libre para otros usos.

3. Disminución de las pérdidas mejorando el factor de potencia.

$$\Delta P_{sc} = (R \cdot L \cdot 10^{-3} / U^2) \cdot (P^2 + Q^2)$$

con capacitores

$$\Delta P_{cc} = (R \cdot L \cdot 10^{-3} / U^2) \cdot (P^2 + (Q - Q_c)^2)$$

El ahorro es:

$$\Delta Acc = (R \cdot L \cdot 10^{-3} / U^2) \cdot (2 \cdot Q \cdot Q_c - Q_c^2)$$

En el ejemplo si $R = 0,56 \text{ W/km}$

$$\Delta Acc = \\ = (0,56 \cdot 0,6 \cdot 10^{-3} / 0,48^2) \cdot (2 \cdot 150 \cdot 90 \cdot 90^2) = 27,56 \text{ kW}$$

EFFECTO DE LA INSTALACIÓN DE VARIOS BANCOS EN UNA RED RADIAL

Se designa por $Q_c(j)$ el valor del banco instalado en nodo j . De acuerdo con lo estudiado, el banco modifica la potencia por la línea a i resultando:

$$P_r(i) = \sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot P(j)$$

$$Q_r(i) = \sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot (Q(j) - Q_c(j))$$

Si $a_{ij} = 0$ ese nodo j no aporta potencia a la línea i y si en ese nodo j no hay instalados capacitores no hay efecto de reducción de reactivo por la línea i .

La potencia activa se mantiene igual con y sin reactivo. Su valor por cada línea se obtiene del producto matricial.

$$A \cdot P = P_r$$

$$A \cdot Q = Q_r$$

Con capacitores

$A \cdot P$ no varía pero la potencia reactiva si lo hace.

$$A(Q - Q_c) = Q_r$$

OPTIMIZACIÓN DEL REACTIVO EN LA RED

Se pretende conocer el factor de potencia que debe tener cada nodo de interés del circuito, compensando el reactivo, para que de conjunto la compensación sea óptima. Para el desarrollo matemático se utilizará el circuito de la figura 3, que muestra ser ejemplo de compensación colectiva.

La potencia aparente que recibe un nodo en el año t de un periodo de T años será:

$$S(i,t) = \sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot P(j,t) + j \left[\sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot (Q(j,t) - Q_c(j,t)) \right]$$

donde:

$P(i,t)$: Potencia activa de la carga en cada nodo en kilowatt (kW).

$Q(i,t)$: Potencia reactiva de la carga en cada nodo en kilovar (kVar).

$Q_c(i,t)$: Potencia reactiva del banco conectado en el nodo i en kilovar (kVar).

n : Número de nodos del circuito.

Las pérdidas de potencia para los tramos trifásicos, en función de esta ecuación,^{4,5} se calculan como:

$$\Delta P(i,t) = \frac{R(i) \cdot L(i) \cdot 10^{-3}}{U^2} \cdot S^2(i,t)$$

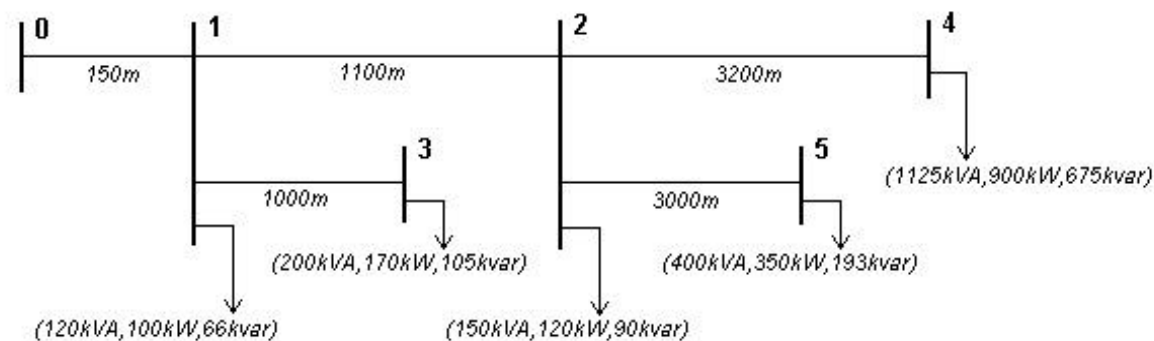
donde:

$\Delta P(i,t)$: Pérdidas en kilowatt (kW).

$R(i)$: Resistencia de los conductores en ohm por kilómetro (Ω/km).

$L(i)$: Longitud de los tramos en kilómetros (km).

U : Voltaje nominal de la línea en kilowatt (kW).



El costo de las pérdidas de potencia y la amortización y reproducción de capacitores:

$$K\Delta P(i,t) = \Delta P(i,t) \cdot (Kasen + Te \cdot Cp) \cdot (1+ri)^{-t}$$

$$Kc(i,t) = (En + Nac) \cdot Kic \cdot (1+ri)^{-t} \cdot Qc(i,t)$$

El costo de cada tramo:

$$\begin{aligned} Kred(i,t) &= K\Delta P(i,t) + Kc(i,t) = \\ &= \frac{R(i) \cdot L(i) \cdot 10^{-3}}{U^2} \cdot (P_r^2(i,t) + Q_r^2(i,t)) + \\ &+ (En + Nac) \cdot Kic \cdot (1+ri)^{-1} \cdot Qc(i,t) \end{aligned}$$

donde:

$K\Delta P(i,t)$: Costo de las pérdidas en pesos por año (\$/a).

Kasen: Costo de inversión del SEN en pesos por kilowatt por año (\$/kW/a).

Te: Tiempo equivalente en horas por año (h/a).

Cp: Costo del petróleo en pesos por kilowatt horas (\$/kWh).

Kc: Costo de amortización y reproducción de capacitores.

Kic: Costo de inversión del capacitor en pesos por kilovar (\$/kVar).

En: Tasa de reproducción normada en 1/año.

Nac: Norma de amortización de capacitores en 1/año.

Ri: Interés bancario en 1/año.

Su suma, en todos los nodos, será el costo de explotación total de la red:

$$Kred(t) = \sum_{i=1}^n (K\Delta P(i,t) + Kc(i,t))$$

donde:

$Kred(t)$: Costo de explotación total de la red en pesos por año (\$/a), para el año t .

El valor óptimo del costo se obtiene aplicando el criterio conocido

$$\frac{\partial Kred(i,t)}{\partial Qc(i,t)} = 0; i=1,...,n$$

Sea:

$$U1(i) = \frac{R(i) \cdot L(i) \cdot 10^{-6}}{U^2} \cdot Kasen; i=1,...,n$$

$$U2(i) = \frac{R(i) \cdot L(i) \cdot 10^{-6}}{U^2} \cdot Te \cdot Cp; i=1,...,n \quad (2.1.11)$$

$$B(i,t) = Q(i,t) +$$

$$+ \sum_{j=i+1}^n a[i,j] \cdot (Q(j,t) - Qc(j,t)) \quad i=1,...,n$$

Finalmente se obtiene para cada derivada:

$$\begin{aligned} Qc(i,t) &= B(i,t) - \frac{(En + Nac) \cdot Kic \cdot (1+ri)^{-t}}{2 \cdot (U1(i) + U2(i))}; \\ &i=1,...,n \end{aligned}$$

De aquí se obtiene un sistema de n ecuaciones lineales.

El algoritmo de cálculo parte de dos premisas fundamentales:

1. En un capacitor conectado en un nodo de un circuito radial solo afectará los tramos que lo unen con la subestación que es expresado por la matriz incidencia. Si se elige convenientemente la numeración de los nodos, la matriz es triangular y entonces brinda la posibilidad de resolver el sistema de forma directa aplicando el principio de recurrencia.

Utilizando la matriz incidencia del circuito de la figura 3 se tendrá el siguiente producto:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Qc(1) \\ Qc(2) \\ Qc(3) \\ Qc(4) \\ Qc(5) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B'(1) \\ B'(2) \\ B'(3) \\ B'(4) \\ B'(5) \end{bmatrix}$$

2. El resultado final consiste en dar un solo valor de Qc en los nodos que lo requieran y definir el año de instalación del capacitor. Para obtener el año que debe situarse cada banco se propone obtener el valor de reactivo a compensar en el último año, puesto que cualquier banco situado en un año intermedio debe responder a las necesidades de ese año (siendo un subbanco de este). Entonces se hace la evaluación y se decide por el año de mayor razón beneficio-costos.

A continuación se aplica el método al ejemplo mostrado de la figura 3.

Se observa que en ocasiones el valor de Q_c calculado es negativo; es decir que en ese nodo no se requiere compensación. En los nodos donde se requiere compensación, esta debe ajustarse al banco inmediato que se tenga. En los resultados se aprecia que se requieren dos bancos, uno en el nodo 4 que beneficia tres tramos y otro en el nodo 2 que beneficia dos tramos.

Los datos generales del sistema eléctrico son:

REFERENCIAS

1. Miller, T.: *Reactive Power Control in Electric Systems*, John Wiley & Sons, Toronto, 1982.
2. Carvajal, R.: *Planificación de redes de distribución*, Cochabamba, Bolivia, 2003.
3. Gonen, T.: *Electric Power Distribution Planning*, McGraw-Hill, 1985.
4. Kujszczyk, J.: *Nowoczesne Metody Obliczen Elektroenergetycznych Siecie Rozdzielczych*, PWN, Varsovia, 1985.
5. Gora, S.: *Gospodarka Elektroenergetyczna W Przemysla*, PWN, Varsovia, 1982.

Datos generales										
En	Nac	Kic	rv	Ul	r	Kasen	Te		Cp	
0,125	0,05	20	0,02	13,2	0,1	50	4 000		0,05	
				t=	5					
Matriz incidencia i										
1	1	1	1	1	63					
0	1	0	1	1	90		$K1 = \sum (a_{ij} \cdot (Q - Q_c))$ j mayor que i			
0	0	1	0	0	105		$K2 = (En + Nac) \cdot Kic \cdot (1 + r)^t$			
0	0	0	1	0	675		K2=	2,173		
0	0	0	0	1	183		$Q_c = B - K2 / (2 \cdot K)$			
Tabla de cálculo							$B = Q + K1$			
i	R	L	K	Q	Q-Qc		K1	B	Qc	QcFinal
5	0,8	3	0,003	183	183		0	183	-133	0
4	0,8	3,2	0,004	675	295,8		0	675	379	360
3	0,8	1	0,001	105	105		0	105	-842	0
2	0,8	1,1	0,001	90	2,597		858	948	87	90
1	0,8	0,15	2E-04	63	63		1053	1116	-5195	0

CONCLUSIONES

El método de cálculo de la compensación óptima de reactivo es aplicable a redes radiales de distribución con cualquier cantidad de transformadores. Con la aplicación de este método se garantiza una orientación sobre los niveles de compensación de los circuitos y los nodos donde es más económica la ubicación de bancos de capacitadores. Dicha aplicación combina además, los cálculos teóricos para hallar el reactivo que matemáticamente resulta óptimo con el criterio del especialista, ajustando intervalos al de un banco real disponible en la Empresa Eléctrica.

AUTOR

Raúl Carvajal Pérez
Ingeniero Electricista, Doctor en Ciencias Técnicas,
Profesor Auxiliar, Centro de Investigaciones y Pruebas
Electroenergéticas (CIPEL), Instituto Superior
Politécnico José Antonio Echeverría, Cujae, Ciudad
de La Habana, Cuba
e-mail: rcarvajal1844@hotmail.com
rncp@cipel.cujae.edu.cu