

# Flujo de carga con armónicos empleando la matriz impedancia de barras

José Ángel González  
Ignacio Pérez

Agosto 2001

## Resumen / Abstract

Se describe un flujo de armónicos empleando la matriz impedancia de barras. El algoritmo propuesto permite hallar los voltajes de cada nodo del circuito sin tener que realizar la solución simultánea de todas las ecuaciones no lineales correspondientes a cada nodo, ni siquiera la solución simultánea de las ecuaciones correspondientes a una red reducida de nodos no lineales solamente.

Palabras clave: flujo de carga, matriz impedancia

*This work describes a harmonic load flow using the bar impedance matrix. The proposed algorithm permit to find every node voltage of the circuit without to realize the simultaneous solution of all the non-linear equations corresponding to each node, not even the simultaneous solution of the equations corresponding to a reduced network of only non-linear nodes.*

*Key words: load flow, impedance matrix*

## INTRODUCCIÓN

Un flujo de cargas armónico puede definirse como una extensión del flujo de cargas convencional a las frecuencias de los armónicos para el caso de redes que alimentan cargas no lineales.<sup>1</sup> El objetivo central de dicho flujo radica en la determinación de los módulos y los ángulos de los voltajes para todos los nodos de la red a cada una de las frecuencias armónicas consideradas. Estos voltajes están dados por las condiciones de carga y generación y de los elementos que componen la red que se estudia.

Con este resultado y otros datos del sistema, se pueden obtener ciertos parámetros que brindan una caracterización más completa del circuito. Entre ellos están las transferencias de potencia y corriente por

las ramas; la potencia activa, reactiva y aparente en cada nodo de carga o generación así como los porcentajes de distorsión (THD) en voltaje y corriente. Están además, el factor de potencia, la potencia de distorsión y otras magnitudes asociadas. En los casos que fuese necesario, pueden obtenerse también, las formas de onda (de voltaje y corriente) y los parámetros característicos asociados a ellas: valores picos, velocidades de crecimiento, etcétera.

## FORMULACIÓN

La formulación clásica del problema de flujo de armónicos fue enunciada por Xia y Heydt.<sup>1</sup> Esta describe los datos del estudio como:

1. Nodo de balance: Para el cual se especifica el módulo y ángulo del voltaje al armónico funda-

mental y se corresponde con el nodo donde se ubica la subestación de alimentación principal del sistema analizado.

2. Nodos lineales: Se caracterizan por no presentar ningún elemento no lineal conectado a este, y sus potencias (en similitud con el flujo convencional) se calculan como la suma de las potencias de los elementos conectados al mismo a la frecuencia fundamental solamente.

3. Nodos no lineales: Se caracterizan por presentar al menos un elemento no lineal conectado a este en ellos normalmente se especifican las potencias totales activa y aparente (incluyendo todos los armónicos).

En un flujo de cargas convencional (a la frecuencia fundamental), los voltajes y las transferencias de potencias por las líneas, se calculan mediante el planteamiento de los balances de potencia activa y reactiva en los nodos del sistema.

En un flujo de cargas armónico, los módulos y argumentos de las tensiones armónicas son incógnitas para las que se necesitan ecuaciones adicionales. Estas ecuaciones adicionales aparecen al plantear el balance que debe existir entre los armónicos.

El algoritmo propuesto,<sup>1</sup> presenta la dificultad de que para circuitos de muchos nodos el sistema de ecuaciones sería extraordinariamente elevado, a pesar de que las cantidades de elementos no lineales y de armónicos analizados sean relativamente pequeñas en comparación con el número total de nodos del circuito. Teniendo en cuenta estas dificultades, Valcárcel<sup>2</sup> propone reducir la red lineal por su equivalente de Thevenin respecto a los elementos no lineales mediante una reducción gaussiana de la matriz admitancia de barra de la red.<sup>3</sup>

Para ello se apoya en que la red lineal se comporta como pasiva para las frecuencias armónicas y en que las cargas lineales se representan por admitancias a estas frecuencias. Con esto logra dividir en dos el problema, hallando primero un flujo de armónicos con la red reducida y luego un flujo a la frecuencia fundamental donde se solucionan las restantes ecuaciones que no fueron resueltas en el primer paso.

Ahora bien, en caso de que el número de nodos no lineales el número de armónicos sean considerables, la convergencia del método de Newton-Raphson

puede retardarse notablemente. Además, si en la red que se analiza no existe una marcada diferencia entre la cantidad total de nodos y el número de ellos que son no lineales, entonces este algoritmo no presentará marcadas ventajas con respecto al clásico planteado por Xia.

Por estas razones, en el presente trabajo se desarrolla un flujo de armónicos que logra hallar los voltajes de cada nodo del circuito sin tener que realizar la solución simultánea de las ecuaciones correspondientes a cada nodo, ni siquiera la solución simultánea de las ecuaciones correspondientes a una red reducida de nodos no lineales solamente. Tampoco el algoritmo presenta operaciones intermedias que enmascaren u oscurezcan la claridad de los principios en que se basa. La solución se logra mediante un algoritmo basado en una generalización para armónicos del flujo de carga que emplea la matriz impedancia de barra de la red.

#### ALGORITMO PROPUESTO

El método consiste en determinar sucesivamente las corrientes de carga definidas por los voltajes actuales y el modelo de las cargas. Estas corrientes se emplean para estimar nuevos valores de voltajes en los nodos hasta lograr la convergencia.

El algoritmo a seguir es el siguiente (figura 1):

1. Inicio: Se hace un flujo de carga convencional a la frecuencia fundamental para obtener valores de arranque adecuados para los voltajes de primer armónico en el cual las cargas no lineales se consideran como lineales. Para los armónicos superiores puede considerarse un valor de arranque muy pequeño o cero.

2. Inyecciones: Dados los voltajes de armónicos estimados en cada nodo, se calculan las corrientes consumidas por todas las cargas a cada frecuencia considerada.

3. Voltajes: Con las corrientes de carga previamente calculadas se determina una nueva aproximación de los voltajes de todas las frecuencias. Para ello se asume que la red de suministro es lineal y por tanto susceptible a la aplicación del método de superposición.

4. Chequeo de tolerancia: Se determina el mayor error entre los voltajes de una y otra iteración y en caso de que este supere la tolerancia, se repite la secuencia de pasos a partir del paso número dos.

5. Resultados: Los voltajes resultantes de la última iteración se consideran como la solución final del flujo

y se procede a calcular con ellos todos los demás parámetros de interés en el sistema analizado.

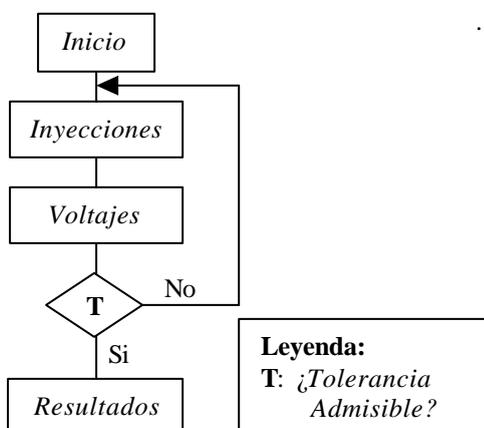
En este algoritmo el Inicio tiene lugar con un flujo de carga convencional (a la frecuencia fundamental solamente) donde las inyecciones de cada una de las cargas no lineales, ubicadas en el nodo  $ni$ , se realizan según:

$$I_{ni}^1 = \frac{(P_{ni}^{esp} - j \cdot \sqrt{(S_{ni}^{esp})^2 - (P_{ni}^{esp})^2})}{(U_{ni}^1)^*} \quad \dots(1)$$

De este paso se obtiene la aproximación de entrada para el siguiente bloque que emplea los voltajes existentes del paso o iteración anterior. Resulta conveniente que los voltajes correspondientes a los armónicos superiores sean iniciados en cero. Con esto se ahorra tiempo y se evitan iteraciones innecesarias debido a valores iniciales fuera de la lógica de convergencia.

El cálculo de las Inyecciones de corriente se efectúa teniendo en cuenta las especificaciones hechas en los datos. Para ello se supone que a cada nodo llega una onda de voltaje conformada por los armónicos de la iteración o paso anterior.

Por ejemplo, las cargas lineales solamente inyectan corriente a la frecuencia fundamental que puede ser calculada como la de una fuente de corriente dependiente del voltaje (de primer armónico) según una característica de potencia constante dada por la potencia activa y reactiva especificadas en los datos para estos tipos de cargas.



Algoritmo propuesto del flujo con armónicos.

Las cargas no lineales se modelan de acuerdo con las características de su alinealidad y se representan por fuentes de corrientes dependientes de los voltajes existentes a todas las frecuencias consideradas en el estudio y sujetas a la restricción de potencia activa y aparente especificada en sus datos.

El cálculo de los Voltajes se realiza para cada frecuencia por separado como si la red estuviese en estado estable, empleando las inyecciones de corriente del paso anterior. Para la frecuencia fundamental se emplea:

$$\begin{bmatrix} V_1^1 \\ V_2^1 \\ \vdots \\ V_n^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{th}^1 \\ E_{th}^1 \\ \vdots \\ E_{th}^1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_{11}^1 & Z_{12}^1 & \dots & Z_{1n}^1 \\ Z_{21}^1 & Z_{22}^1 & \dots & Z_{2n}^1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{n1}^1 & Z_{n2}^1 & \dots & Z_{nn}^1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1^1 \\ I_2^1 \\ \vdots \\ I_n^1 \end{bmatrix} \quad \dots(2)$$

Para las demás frecuencias armónicas la fórmula es:

$$\begin{bmatrix} V_1^k \\ V_2^k \\ \vdots \\ V_n^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{00}^k & Z_{01}^k & \dots & Z_{0n}^k \\ Z_{10}^k & Z_{11}^k & \dots & Z_{1n}^k \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{n0}^k & Z_{n1}^k & \dots & Z_{nn}^k \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_0^k \\ I_1^k \\ \vdots \\ I_n^k \end{bmatrix} \quad \dots(3)$$

donde  $E_{th}^1$  representa el voltaje en el nodo de balance a la frecuencia fundamental y los subíndices 0 (cero) se refieren a este nodo también. Por tanto,  $Z_{00}^k$  y  $I_0^k$  serían respectivamente la impedancia propia y la corriente inyectada en este nodo al armónico  $k$ .

Las matrices impedancia empleadas a cada frecuencia, se obtienen por inversión de la matriz admitancia de barra correspondiente. Esta se conforma con los modelos de los elementos lineales de la red.<sup>1,2</sup>

El Chequeo de tolerancia se realiza a través de la mayor diferencia existente entre todos los voltajes de la iteración en curso con respecto a sus similares correspondientes a la iteración anterior.

Los Resultados principales del flujo están constituidos por los voltajes de la última iteración realizada. A partir de ellos pueden obtenerse todos los demás parámetros que se deseen.

## EJEMPLO

El sistema radial de distribución primaria a 23 kV,<sup>4</sup> cuyos datos de carga y alimentadores se muestran en las tablas A1 y A2 del anexo, se emplea para probar el algoritmo presentado.

Se considera la presencia de dos rectificadores de seis pulsos en los nodos 4 y 5, los cuales son representados mediante el modelo de Heydt,<sup>1</sup> cuyos parámetros se muestran en la tabla A3 del anexo. Las cargas lineales son representadas a las frecuencias armónicas mediante un modelo RL paralelo generalizado.<sup>2</sup>

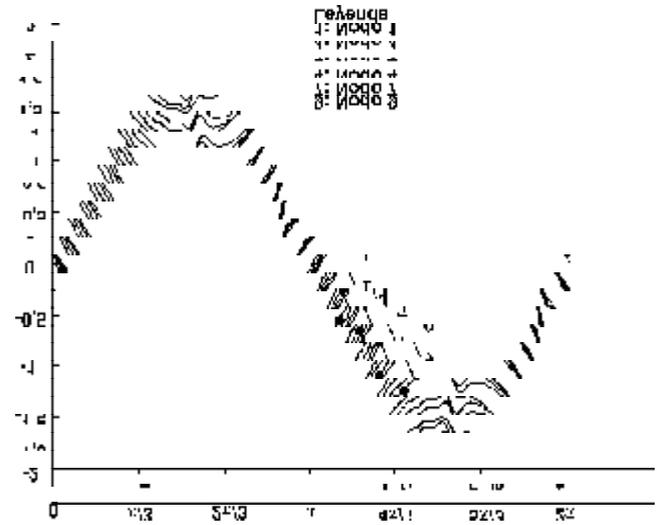
La fuente del sistema de potencia es modelada a las frecuencias armónicas mediante una impedancia serie de  $(0,5+j5)$  % correspondiente al transformador de la subestación de 15 MVA. El voltaje en el nodo de balance, a la frecuencia fundamental, se mantiene en un valor de 1,05 en por unidad.

Para el ejemplo, el algoritmo converge en 12 iteraciones, con una tolerancia de diez elevado a la menos cuatro en por unidad, dando como resultado los voltajes mostrados en la tabla 1.

Con estos y otros valores correspondientes hasta el armónico de orden 29 fueron confeccionados los gráficos de las formas de onda de voltaje en algunos de los nodos de la red que se muestran en la figura 2.

Nodo	V1	V5	V7	V11	V13
Sub	1,050 0	0,016 0	0,008 9	0,008 8	0,005 9
1	1,043 6	0,019 7	0,011 0	0,010 8	0,007 3
2	1,034 1	0,025 2	0,014 1	0,013 8	0,009 3
3	1,012 4	0,036 3	0,020 3	0,019 9	0,013 4
4	0,998 3	0,042 0	0,023 5	0,023 0	0,015 5
5	0,969 6	0,045 1	0,025 2	0,024 4	0,016 5
6	0,960 3	0,044 6	0,024 9	0,023 8	0,016 1
7	0,943 2	0,043 8	0,024 4	0,023 1	0,015 5
8	0,914 8	0,042 6	0,023 6	0,022 2	0,014 8
9	0,895 0	0,041 8	0,023 1	0,021 7	0,014 4

A medida que se avanza hacia el final del circuito se puede observar el efecto de aumento de la distorsión debido a las caídas de voltajes producidas.



Formas de onda del voltaje.

2

## CONCLUSIONES

El algoritmo de flujo propuesto es de fácil implementación y no presenta operaciones intermedias que enmascaren u oscurezcan la claridad de los principios en que se basa. Con él se pueden hallar los voltajes de cada nodo del circuito sin tener que resolver simultáneamente todas las ecuaciones no lineales correspondientes a cada nodo; ni siquiera la solución simultánea de las ecuaciones correspondientes a una red reducida hasta los nodos no lineales solamente.

Este puede emplearse para resolver sistemas de numerosos nodos y estados de carga teniendo en cuenta una gran cantidad de armónicos. Su convergencia ha sido probada en la práctica con numerosos ejemplos tomados de la literatura, obteniéndose resultados satisfactorios.

## REFERENCIAS

- Heydt, G. T. and Xia Daozhi: "Harmonic Power flow Studies" (Parts I y II), *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 101, No. 6, p. 1257, June, 1982.
- Valcárcel, Manuel: "Análisis del régimen permanente de los sistemas eléctricos de potencia con elementos no lineales mediante un método de reparto de cargas con armónicos", Tesis de Doctorado, Madrid, 1991.
- Valcárcel, Manuel and Julio G. Mayordomo: "Harmonic Power Flow for Unbalanced Systems", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 8, No. 4, p. 2052, October, 1993.

4. Baghzouz, Y: "Effects of Nonlinear Loads on Optimal Capacitor Placement in Radial Feeders", *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 6, No. 1, pp. 245-251, January, 1991.

#### AUTORES

José Ángel González Quintero, Ingeniero Electricista, Máster en Ingeniería Eléctrica, Instructor, Centro de Estudios Electroenergéticos (CEE),

Facultad de Ingeniería Eléctrica, Universidad Central de Las Villas (UCLV)  
e-mail:pepe@uclv.etecsa.cu

Ignacio Pérez Abril, Ingeniero Electricista, Doctor en Ciencias Técnicas, Profesor Titular, CEE, Facultad de Ingeniería Eléctrica, UCLV, Villa Clara, Cuba  
e-mail:iperez@uclv.etecsa.cu

#### ANEXO

Tabla A1: Datos del alimentador y de las cargas lineales					
Desde	Hasta	R (r)	X(y)	P (kW)	Q (kvar)
Sub	1	0,123 3	0,412 7	1 840	460
1	2	0,01 4 0	0,605 1	980	340
2	3	0,746 3	1,205 0	1 790	446
3	4	0,698 4	0,608 4	678	0
4	5	1,983 1	1,727 6	1 310	0
5	6	0,905 3	0,788 6	780	110
6	7	2,055 2	1,164 0	1 150	60
7	8	4,795 3	2,716 0	980	130
8	9	5,343 4	3,026 4	1 640	200

Tabla A2: Cargas no lineales.		
Nodo	P(kW)	S (kVA)
4	920	2 058
5	300	671

Tabla A3: Parámetros de los rectificadores	
Transformadores	10 MVA
Reactancia de dispersión	L = 0,075 pu
Reactancia de la carga	F = 0,121 pu
Voltaje DC de la carga	E = 0
Resistencia de la carga	R = ?
Ángulo de disparo	a = ?