



## Compensación de potencia reactiva en sistemas de distribución contaminados por armónicos

José Á. González  
Ignacio Pérez

Mayo del 2001

### Resumen / Abstract

Se presenta un nuevo método para determinar la selección óptima de bancos de capacitores y(o) filtros pasivos de absorción, de forma tal que se maximice el ahorro anual neto resultante de la reducción de pérdidas de energía mientras que se tengan en cuenta los costos de inversión y la norma IEEE-519. La metodología propuesta permite la solución simultánea para compensadores VAR fijos y controlados mediante la consideración de una curva de variación diaria característica para cada carga lineal y no lineal.

Palabras clave: sistema de distribución, armónico

*This paper presents a new method to find the optimal sizing of shunt capacitors and (or) passive filters for annual net savings resulting from energy loss reduction while taking investment cost into account and complying with IEEE-519 standard. The proposed methodology allows the simultaneous solving for fixed and switched VAR compensators by considering a characteristic daily variation curve for each linear and non-linear load. The method is presented and tested.*

*Key words: distribution systems, harmonics*

### INTRODUCCIÓN

El uso extensivo de dispositivos en estado sólido produce una significativa distorsión armónica en los sistemas eléctricos de potencia modernos.<sup>1,2</sup> La norma IEEE-519 establece los límites de distorsión recomendados.<sup>3,4</sup> Sin embargo, es conocido que la forma de onda del voltaje puede ser severamente distorsionada debido a la resonancia del sistema a una o varias frecuencias<sup>5</sup> por la colocación de capacitores.

Este trabajo considera el problema unificado en el cual capacitores y (o) filtros pasivos son empleados para resolver el problema de la compensación reactiva y al mismo tiempo cumplir con los límites de distorsión armónica de la IEEE-519.

### FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Considerando un conjunto de múltiples capacitores y filtros pasivos de armónicos situados en un conjunto de nodos candidatos del sistema de distribución y con susceptancias capacitivas representadas por el vector  $x(M \times 1)$ , el problema tratado en este artículo puede ser enunciado como el óptimo dimensionamiento de  $x$  para maximizar el ahorro anual neto resultante de la reducción de las pérdidas de energía, al tiempo que son tomados en cuenta los costos de inversión de  $x$ , y la norma IEEE-519.

### Pérdidas de sistema de potencia

Sea un sistema de distribución que alimenta diversas cargas cuya variación se representa por  $L$  niveles.

Las pérdidas del sistema de potencia al nivel de carga  $s$  son:

$$\Delta P = \sum_k \operatorname{Re}\left\{\left(I^{s,k}\right)^* V^{s,k}\right\} \quad \dots (1)$$

Donde:  $I^{s,k}$  y  $V^{s,k}$  son vectores de  $(N-1)$  elementos que representan respectivamente las corrientes inyectadas y los voltajes en los nodos del armónico de orden  $k$  en el nivel de carga  $s$ . La operación matricial compleja  $u^*$  denota la transpuesta conjugada de la matriz  $u$ .

Considerando simétrica la matriz admitancia  $Y = G + jB$ , y contabilizando los efectos de todos los armónicos, la reducción de pérdidas del sistema de potencia al nivel de carga  $s$  puede ser estimada por:

$$\Delta p^s - \Delta p^s_{new} \approx \Delta x^T (2d^s - A^s \Delta x) \quad \dots (2)$$

Siendo:

$$d^s = -\operatorname{Re}\left\{\left(J^{s,1}\right)^* G^{s,1} V^{s,1}\right\} - \sum_{k \neq 1} \operatorname{Re}\left\{\left(T^{s,k}\right)^* R^{s,k} I^{s,k}\right\} \quad \dots (3)$$

$$A^s = \operatorname{Re}\left\{\left(J^{s,1}\right)^* G^{s,1} J^{s,1}\right\} + \sum_{k \neq 1} \operatorname{Re}\left\{\left(T^{s,k}\right)^* R^{s,k} T^{s,k}\right\} \quad \dots (4)$$

$Z = [Y]^{-1} = R + jX$ , y  $T$  y  $J$  son las matrices de sensibilidad que asumen una relación lineal entre las variaciones de las inyecciones de corriente y los voltajes en los nodos con respecto a los tamaños de los capacitores y filtros:

$$\Delta I^{s,k} = \begin{bmatrix} \frac{\partial I_1^{s,k}}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial I_1^{s,k}}{\partial x_M} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial I_N^{s,k}}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial I_N^{s,k}}{\partial x_M} \end{bmatrix} \Delta x = T^{s,k} \Delta x \quad \dots (5)$$

$$\Delta V^{s,k} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_1^{s,k}}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial V_1^{s,k}}{\partial x_M} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial V_N^{s,k}}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial V_N^{s,k}}{\partial x_M} \end{bmatrix} \Delta x = J^{s,k} \Delta x \quad \dots (6)$$

## Función objetivo

El costo anual de las pérdidas del sistema de potencia depende de coeficientes anuales  $C^s$  (\$/kW) para cada nivel de carga considerado. Igualmente, el costo anual de capacitores y filtros es considerado como proporcional a su tamaño<sup>6</sup> y calculado por el vector de coeficientes de costo anual  $K_c(M-1)$  (\$/kvar). De esta forma, la reducción del costo total puede ser aproximada por:

$$F(\Delta x) = \Delta x^T (2d - A \Delta x) \quad \dots (7)$$

donde:

$$d = \left( \sum_{s=1}^L d^s C^s \right) - \frac{1}{2} k_c \quad \dots (8)$$

$$A = \left( \sum_{s=1}^L A^s C^s \right) \quad \dots (9)$$

## Adición de restricciones

La norma IEEE-519 establece los límites recomendados para la distorsión armónica total  $THD$  así como para la distorsión armónica individual  $IHD$  en los voltajes de nodo a cualquier nivel de carga.

En este sentido, un conjunto  $N \cdot L$  restricciones de máximo  $THD$  puede ser establecido como:

$$HD_i^s = 100 \frac{\sqrt{\sum_{k \neq 1} |V_i^{s,k}|^2}}{|V_i^{s,1}|} \leq THD_{\max} \quad \dots (10)$$

Por otra parte, un conjunto de  $N \cdot L \cdot (1-K)$  restricciones de máximo  $IHD$  puede ser establecido como:

$$IHD_i^{s,k} = 100 \frac{|V_i^{s,k}|}{|V_i^{s,1}|} \leq IHD_{\max} \quad \{k \neq 1\} \quad \dots (11)$$

Además, un conjunto de  $N \cdot L$  restricciones de máximo y mínimo voltaje rms en el nodo puede ser definido si:

$$V_{rms\ i}^s = \sqrt{\sum_k |V_i^{s,k}|^2} \quad \dots (12)$$

Por:

$$V_{min} \leq V_{rms} \leq V_{m\acute{a}x} \quad \dots(13)$$

En general, el conjunto completo de restricciones puede ser representado en forma diferencial mediante un sistema lineal de desigualdades empleando el procedimiento siguiente.

Los elementos de la matriz de sensibilidades  $J^{s,k}$  contienen las derivadas parciales de las partes real e imaginaria de los voltajes armónicos en los nodos para nivel de carga  $s$  con respecto a las variables  $x$ . Debido a ello, las derivadas parciales de los módulos de los voltajes armónicos en los nodos con respecto a  $x$  pueden ser calculadas como:

$$\frac{\partial |V_i^{s,k}|}{\partial x_m} = \frac{\text{Re}\{V_i^{s,k}\} \text{Re}\{J_{i,m}^{s,k}\} + \text{Im}\{V_i^{s,k}\} \text{Im}\{J_{i,m}^{s,k}\}}{|V_i^{s,k}|} \quad \dots (14)$$

Empleando las derivadas previamente evaluadas, un conjunto de  $(N \cdot M)$  submatrices  $U1^s$ ,  $U2^{s,v}$  y  $U3^s$  es definido mediante:

$$U1_{i,m}^s = \frac{\partial THD_i^s}{\partial x_m} = \sum_k \frac{\partial THD_i^s}{\partial |V_i^{s,k}|} \cdot \frac{\partial |V_i^{s,k}|}{\partial x_m} \quad \dots (15)$$

$$U2_{i,m}^{s,v} = \frac{\partial IHD_i^{s,v}}{\partial x_m} = \sum_k \frac{\partial IHD_i^{s,v}}{\partial |V_i^{s,k}|} \cdot \frac{\partial |V_i^{s,k}|}{\partial x_m} \quad \dots(16)$$

$$U3_{i,m}^s = \frac{\partial V_{rmsi}^s}{\partial x_m} = \sum_k \frac{\partial V_{rmsi}^s}{\partial |V_i^{s,k}|} \cdot \frac{\partial |V_i^{s,k}|}{\partial x_m} \quad \dots(17)$$

En ese sentido, el conjunto de restricciones para cada nivel de carga es expresado por:

$$\begin{bmatrix} U1^s \\ U2^{s,2} \\ \vdots \\ U2^{s,k} \\ -U3^s \\ U3^s \end{bmatrix} \Delta x \leq \begin{bmatrix} THD_{m\acute{a}x} - THD^s \\ IHD_{m\acute{a}x} - IHD^{s,2} \\ \vdots \\ IHD_{m\acute{a}x} - IHD^{s,k} \\ V_{rms}^s - V_{min} \\ V_{m\acute{a}x} - V_{rms}^s \end{bmatrix} \quad \dots(18)$$

O simplemente, contabilizando para cada nivel de carga considerado:

$$U \Delta x \leq u \quad \dots (19)$$

#### ALGORITMO DE OPTIMIZACIÓN

El procedimiento de solución para la formulación previamente definida es complicado debido a la naturaleza no lineal del problema así como a la gran cantidad de variables y restricciones involucradas en él. Sin embargo, si las matrices de sensibilidad  $T$  y  $J$  son utilizadas para modelar el efecto de la variación de  $x$  en las inyecciones de corriente y los voltajes de nodo a todas las frecuencias armónicas consideradas, entonces puede ser empleado un procedimiento iterativo que soluciona el problema mediante la determinación sucesiva de la variación óptima factible de  $x$  para maximizar el ahorro.

La óptima variación  $\Delta x$  puede ser encontrada en la iteración corriente por:

$$\begin{aligned} &\text{Maximizar } \{F(x - x_0) = (x - x_0)^T [2d - A(x - x_0)]\} \\ &\text{Sujeto a } \{U(x - x_0) \leq u, \quad x \geq 0\} \end{aligned} \quad \dots(20)$$

donde:

$x$  : Solución corriente.

$x_0$ : Anterior.

De esta forma, se propone el siguiente algoritmo iterativo de solución.

Hacer  $x = 0$ .

Repetir

1. Para cada nivel de carga considerado, se emplea un flujo de potencia de armónicos (HPF) para la obtención de todas las inyecciones de corrientes y voltajes armónicos en los nodos.

2. Se calculan los parámetros del modelo propuesto  $d$ ,  $A$ ,  $U$ ,  $u$ .

3. El problema de programación cuadrática equivalente es resuelto con el objetivo de obtener la óptima variación factible  $\Delta x$ .

4. Se determina la solución entera subóptima corriente  $X^{int}$  y se acumula la mejor solución.

5. El vector de solución corriente es actualizado. Hasta que  $\Delta x \approx 0$ .

#### EJEMPLO

Un sistema radial de distribución primaria de 10 nodos a 23 kV<sup>6</sup> se emplea para probar el método presentado.

Se considera la presencia de dos rectificadores de seis pulsos en los nodos 4 y 5, los cuales son representados mediante el modelo de Heydt.<sup>7</sup> Las cargas lineales se representan a las frecuencias armónicas mediante un modelo RL paralelo generalizado<sup>5</sup> y el sistema de potencia mediante una impedancia serie correspondiente al transformador de la subestación de 15 MVA.

Todos los nodos del circuito son considerados en el conjunto de nodos candidatos para la colocación de un banco fijo de capacitores así como de filtros de absorción al 5to., 7mo. y 11 no. armónicos. Se emplean unidades capacitivas de 300 kvar.

Los límites de distorsión máximos de voltaje se toman como 5 % para la distorsión armónica total (*THD*) y 3 % para la distorsión armónica individual (*IHD*), mientras que los límites de voltaje *rms* máximo y mínimo se mantendrán en 1,06 y 0,9 pu respectivamente. Se examinan los armónicos característicos hasta el 29.

Para comprobar la eficacia del método presentado, se efectuó primeramente una compensación de reactivo por capacitores considerando toda la carga lineal y evaluando el ahorro de dicha variante en condiciones reales (*variante I*), mientras que como un segundo caso se efectuó la compensación y filtrado por el algoritmo presentado (*variante II*). En la tabla 1  $C[2] = 600$  significa un capacitor de 600 kvar en el nodo dos y  $F_5[4] = 900$  un filtro de quinto armónico en el nodo cuatro con 900 kvar a primer armónico.

Los efectos de las inyecciones de armónicos se reducen grandemente con los filtros propuestos, de forma tal que el costo de las pérdidas por armónicos se reduce de 5 a un 2 %, y se obtiene un apreciable ahorro de \$12 646 al tiempo que los índices de distorsión se reducen a los límites permitidos por la norma.

El perfil de distorsión armónica total *THD* a lo largo del alimentador puede ser examinado en la figura 1, en la cual se muestra la reducción de la distorsión con la ubicación de los filtros por la comparación de los perfiles anterior y posterior a la compensación.



Perfil del THD en el alimentador.

1

Tabla 1 Resultados del ejemplo			
	Caso base	Variante I	Variante II
Costo anual	\$ 252 260,00	\$ 248 200,00	\$ 239 614,00
Ahorro anual	\$ 0,00	\$ 4 060,00	\$ 12 646,00
Máximo <i>THD</i>	6,70 %	9,90 %	4,95 %
Máximo <i>IHD</i>	4,70 %	8,30 %	2,90 %
Máximo $V_{RMS}$	105,00 %	105,00 %	105,01 %
Mínimo $V_{RMS}$	90,00 %	93,00 %	91,57 %
Compensación		$C[2] = 600$ $C[3] = 600$ $C[4] = 1 500$ $C[5] = 600$ $C[7] = 300$ $C[9] = 300$	$F_5[4] = 900$ $F_5[5] = 300$ $F_5[6] = 300$ $C[9] = 30$

## CONCLUSIONES

El método presentado permite además la consideración de las restricciones necesarias para cumplir los límites de distorsión armónica en los voltajes establecidos por la norma IEEE-519.

La solución propuesta ha probado ser altamente convergente en varias pruebas. Los principios básicos de este método no restringen su campo de aplicación; que puede ser extendido al análisis de redes desbalanceadas y acopladas a frecuencias de armónicos.

## REFERENCIAS

1. Mahmoud, A. A. and R. D. Shultz: "A Method for Analyzing Harmonic Distribution in A.C. Power Systems", *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, Vol. 101, No. 6, pp. 1815-1824, June, 1982.
2. Mohan, N.: "A Novel Approach to Minimize Line-Current Harmonics in Interfacing Power Electronics Equipment with 3-Phase Utility Systems", *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 8, No. 3, p. 1395-1401, July, 1993.
3. Arseneau, R. G. T. Heydt and M. J. Kemper: "Application of IEEE Standard 519-1992 Harmonic Limits for Revenue Billing Meters", *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 12, No. 1, pp. 346-353, January, 1997.
4. Chang, W. K. and W. M. Grady: "Minimizing Harmonic Voltage Distortion with Multiple Current-Constrained Active Power Line Conditioners", *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 12, No. 2, pp. 837-843, April, 1997.
5. Valcárcel, Manuel: Análisis del régimen permanente de los sistemas eléctricos de potencia con elementos no lineales mediante un método de reparto de cargas con armónicos, Tesis Doctoral, Madrid, 1991.
6. Baghzouz, Y.: "Effects of Nonlinear Loads on Optimal Capacitor Placement in Radial Feeders", *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 6, No. 1, pp. 245-251, January, 1991.
7. Xia, D. and G. T. Heydt: "Harmonic Power Flow Studies Part I and II", *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, Vol. 101, No. 6, pp. 1257-1270, June, 1982.
8. Hiyama, T.; M. S. A. A. Hammam and T. H. Ortmeier: "Distribution System Modeling with Distributed Harmonic Sources", *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol. 4, No. 2, pp. 1297-1304, April, 1989.

## AUTORES

José Á. González Quintero, Ingeniero Electricista, Máster en Ingeniería Eléctrica, Instructor, Centro de Estudios Electroenergéticos (CEE), Facultad de Ingeniería Eléctrica, Universidad Central de Las Villas (UCLV)  
e-mail:pepe@uclv.etecsa.cu

Ignacio Pérez Abril, Ingeniero Electricista, Doctor en Ciencias Técnicas, Profesor Auxiliar, CEE, UCLV, Villa Clara, Cuba  
e-mail:iperez@uclv.etecsa.cu

