



APLICACIÓN DE LA COMPUTACIÓN

PAST: Programa para el proyecto y análisis de sistemas de puesta a tierra. (Primera parte)

SistPTEx: Program for the project and analysis of grounding system. (First part).

Angel Cecilio Valcárcel - Rojas
Luis Alberto Hernandez - Lugones
Alberto Limonte - Ruíz

Recibido: Octubre del 2008
Aprobado: Diciembre del 2008

Resumen/ Abstract

Durante el desarrollo histórico de la Electrotecnia, se han desarrollado muchos métodos de cálculo de la resistencia de contacto a tierra de diferentes configuraciones de electrodos, desde métodos aproximados, métodos semiexactos, hasta métodos que garantizan muy buenos niveles de exactitud. El desarrollo alcanzado por la computación ha permitido el rescate de algoritmos relativamente antiguos como los basados en la teoría de las imágenes de Maxwell, hasta el desarrollo de métodos basados en la teoría de los elementos finitos. En este trabajo se exponen las características y bondades de un programa para el proyecto y análisis de sistemas de puesta a tierra para cualquier instalación eléctrica, aplicando la teoría de las imágenes de Maxwell.

Palabras claves: sistemas de puesta a tierra, electrodos de tierra

During the historical development of electrical engineering, have developed many methods for calculating the contact resistance grounding electrodes of different configurations, from approximate methods, semi exact methods up methods which guarantee good levels of exactness. The development achieved by the computer has enabled the rescue of relatively old algorithms, such as those based on the theory of Maxwell's images, until the development of methods based on the theory of finite elements. In this paper we describe the features and benefits of a program for the design and analysis of grounding systems for any electrical installation, using the theory of Maxwell's images.

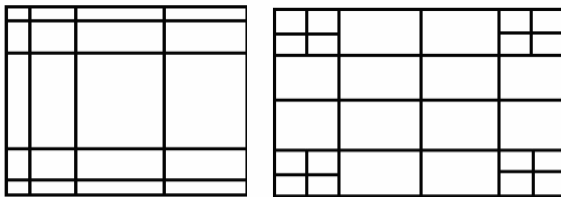
Key words: grounding system, grounding electrode

INTRODUCCIÓN

El desarrollo alcanzado por los sistemas de computo, ha permitido la implementación de programas para el proyecto y análisis de sistemas de puesta a tierra, basados en algoritmos matemáticos de gran exactitud desarrollados hace muchos años, pero que su complejidad impidieron su desarrollo y aplicación mas extensiva, dando lugar a numerosos métodos aproximados, que si bien han garantizado resultados aceptables desde el punto de vista práctico, sus inherentes errores son

razón suficiente que justifica no continuar aplicándolos. El método de las imágenes de Maxwell aplicado al proyecto y análisis de sistemas de puesta a tierra, es un método que pudiera clasificarse como de elevada exactitud, que permite el diseño de sistemas de gran complejidad considerando tanto la existencia de

terrenos de resistividad homogénea como de terrenos multiestratificados, garantizando niveles de exactitud que comparados por ejemplo con el método propuesto por la IEEE para el diseño de mallas de tierra de subestaciones, en su norma STD 80 del 2000, en dependencia de las dimensiones de la malla puede reducir errores de hasta un 20%. Por otra parte este método de la IEEE realiza el diseño solo de mallas rectangulares de reticulado uniforme en toda su área, mientras que el método propuesto permite diseños como los mostrados en la figura 1 y aún más complejos. [1], que mejoran la distribución de los potenciales superficiales y de contacto, permiten la optimización del diseño o se restringen a un área de dimensiones y formas diversas.



a) separación progresiva de conductores. b) cruces en esquina.

Fig. 1. Configuraciones para el mejoramiento de la tensión de paso en las esquinas y periferias de mallas de tierra.

MÉTODO DE LAS IMÁGENES DE MAXWELL

Este método consiste básicamente en considerar un medio infinito de resistividad ρ , en el cual, además del efecto de la esfera real (esfera metálica de una material de resistividad nula y radio r), está presente el efecto de una esfera igual, reflejada en la superficie que representa la separación entre ambos medios. En este caso, considerando que el terreno tiene una conductividad mucho mayor que el aire, la corriente dispersada por la imagen tiene una magnitud y signo igual a la esfera real (figura2) [1-2].

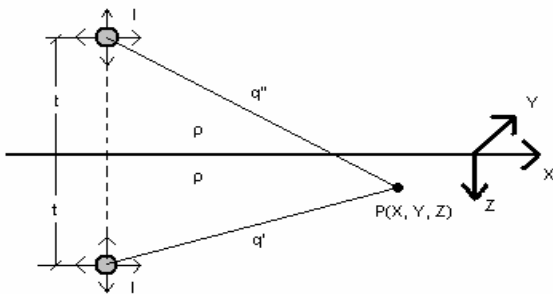


Fig. 2. Fuente puntual de corriente y su imagen.

El potencial en el punto $P(x, y, z)$ del terreno, esta dado entonces, por la suma de los potenciales producidos en ese punto por la esfera real y la esfera imagen:

$$\phi_P = \frac{\rho I}{4\pi q'} + \frac{\rho I}{4\pi q''} \tag{1}$$

La expresión anterior es la base para el cálculo del potencial producido en un punto del terreno por un electrodo de forma cualquiera. El electrodo se supone dividido en elementos infinitesimales cada uno de los cuales se asemeja a una pequeña esfera o fuente puntual de corriente. El potencial total es la suma (integral) de los potenciales infinitesimales producidos por cada una de las fuentes puntuales en que se divide el electrodo. Así, para un electrodo elemental de cualquier forma, el potencial producido por un elemento de este, en un punto $P(x, y, z)$ del terreno, vale:

$$d\phi_P = \frac{\rho dI}{4\pi q'} + \frac{\rho dI}{4\pi q'} \tag{2}$$

donde el punto P queda determinado por un sistemas de coordenadas convenientemente elegido. Normalmente, el valor de z se mide a partir de la superficie del terreno. Para un electrodo de forma general como el mostrado en la figura 3.

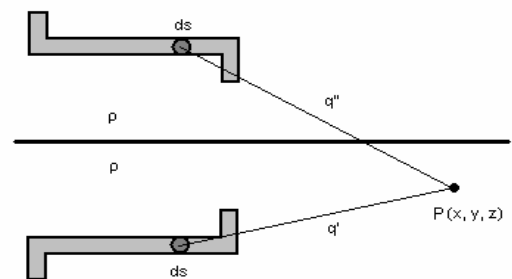


Fig. 3. Electrodo de forma general.

La corriente dispersada por un elemento ds del electrodo elemental vale:

$$dI = i(s)ds \tag{3}$$

Donde ds es la longitud del elemento, medida en la dirección axial de electrodo; e $i(s)$ es la densidad

lineal de dispersión de corriente hacia el terreno, variable a lo largo del electrodo. Por tanto:

$$d\phi_P = \frac{\rho ds}{4\pi} \left[\frac{i(s)}{q'} + \frac{i(s)}{q''} \right] \quad (4)$$

En términos generales, la resistencia propia de un electrodo y la mutua entre dos electrodos se puede definir como la relación entre la variación del potencial en un electrodo *i*, dividido por la variación de corriente dispersada por el propio electrodo o la relación entre la variación del potencial en un electrodo *i*, dividido por la variación de corriente dispersada en el otro electrodo *j*, manteniéndose constante las restantes corrientes. En otros términos:

$$R_{ii} = \frac{\partial \phi_i}{\partial I_i} \quad \text{o} \quad R_{ij} = \frac{\partial \phi_i}{\partial I_j} \quad (5)$$

Luego el potencial en cualquier punto P del terreno está definido como:

$$\phi_P = \frac{\rho I}{4\pi l} \int_i^{i+l} \left(\frac{1}{q'} + \frac{1}{q''} \right) ds \quad (6)$$

En función de la exactitud con que se determine la solución de la ecuación anterior, será la exactitud que se obtenga en las expresiones de las resistencias propias y mutuas entre electrodos [1-2]. Para la obtención de estas expresiones y su comparación con algunas ofrecidas por otros autores en la bibliografía se utilizó el paquete Mathematica 5.0.

MÉTODO GENERAL DE SOLUCIÓN DE PUESTAS A TIERRA COMPUESTAS

La mayoría de las puestas a tierra usadas en la práctica están formadas por una combinación apropiada de diferentes electrodos elementales interconectados entre sí. Este conjunto de electrodos tiene generalmente dos objetivos: por un lado, obtener un valor de resistencia que no sobrepase lo requerido, lo que es difícil de obtener con un simple electrodo, y por otro lado reducir las solicitaciones de voltaje en el interior y contorno de

la puesta a tierra mediante una disposición adecuada de sus componentes.

Para un conjunto de *n* electrodos elementales, cada uno de los cuales dispersa una corriente *I*. El potencial de cada electrodo se obtiene como la suma algebraica del potencial producido por la propia corriente dispersada, más los potenciales inducidos en este por cada una de las corrientes dispersadas en los restantes electrodos. Así para un conjunto de electrodos elementales:

$$[I] = [R]^{-1} [\phi] = [R]^{-1} [1] \phi_0$$

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \phi_{11} + \phi_{12} + \phi_{13} + \dots + \phi_{1n} = R_{11} I_1 + R_{12} I_2 + R_{13} I_3 + \dots + R_{1n} I_n \\ \phi_2 &= \phi_{21} + \phi_{22} + \phi_{23} + \dots + \phi_{2n} = R_{21} I_1 + R_{22} I_2 + R_{23} I_3 + \dots + R_{2n} I_n \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ \phi_i &= \phi_{i1} + \phi_{i2} + \phi_{i3} + \dots + \phi_{in} = R_{i1} I_1 + R_{i2} I_2 + R_{i3} I_3 + \dots + R_{in} I_n \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ \phi_n &= \phi_{n1} + \phi_{n2} + \phi_{n3} + \dots + \phi_{nn} = R_{n1} I_1 + R_{n2} I_2 + R_{n3} I_3 + \dots + R_{nn} I_n \end{aligned} \quad (7)$$

Donde: *I_i* es la corriente dispersada por el electrodo *i*.

R_{ii} es la resistencia propia del electrodo *i*.

R_{ij} (*i* ≠ *j*) es la resistencia mutua entre los electrodos *i* y *j*.

El sistema anterior de ecuaciones se puede escribir en forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_i \\ \vdots \\ \phi_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \dots & R_{1i} & \dots & R_{1n} \\ R_{21} & R_{22} & \dots & R_{2i} & \dots & R_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ R_{i1} & R_{i2} & \dots & R_{ii} & \dots & R_{in} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ R_{n1} & R_{n2} & \dots & R_{ni} & \dots & R_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_i \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} \quad (8)$$

o en forma resumida: $[\Phi] = [R] [I]$

La matriz de resistencias $[R]$ es simétrica ($R_{ij} = R_{ji}$), con todos sus términos mayores que cero.

Además, para una determinada fila, el término *ii* de la diagonal (resistencia propia del electrodo *i*) es siempre mayor que los otros términos (resistencias mutuas con los otros electrodos). En el caso de puestas a tierra de geometría simétrica, los términos de la diagonal son iguales entre si, o parcialmente iguales.

Si se considera a continuación que los electrodos están interconectados galvánicamente entre si, se puede asumir que todos poseen un mismo potencial ϕ_0 lo que es valido con gran

aproximación para las frecuencias industriales. Entonces:

$$\phi_1 = \phi_2 = \dots = \phi_i = \dots = \phi_n \quad (9)$$

Por definición, la resistencia de puesta a tierra del conjunto de electrodos se determina como la relación entre el potencial de esta y la corriente total dispersada:

$$R = \frac{\phi_0}{I_{tot}} = \frac{\phi_0}{\sum_i I_i} \quad (10)$$

Por lo tanto, para calcular la resistencia del conjunto es necesario determinar las corrientes dispersadas por cada uno de los electrodos elementales, lo que implica alguna forma de solución de la expresión (8). Una forma clásica de solución de [I] es premultiplicar por la matriz inversa de [R], obteniéndose:

$$[I] = [R]^{-1} [\phi] = [R]^{-1} [1] \phi_0 \quad (11)$$

donde $[R]^{-1} = [G]$, es la matriz inversa de R también simétrica.

Así, la solución de [I] puede expresarse como:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \cdot \\ I_i \\ \cdot \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & \dots & G_{1i} & \dots & G_{1n} \\ G_{21} & G_{22} & \dots & G_{2i} & \dots & G_{2n} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \dots & \cdot \\ G_{i1} & G_{i2} & \dots & G_{ii} & \dots & G_{in} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \dots & \cdot \\ G_{n1} & G_{n2} & \dots & G_{ni} & \dots & G_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \cdot \\ 1 \\ \cdot \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \phi_0 \quad (12)$$

De donde, las corrientes dispersadas por los electrodos son:

$$\begin{aligned} I_1 &= \phi_0 (G_{11} + G_{12} + G_{13} + \dots + G_{1n}) \\ I_2 &= \phi_0 (G_{21} + G_{22} + G_{23} + \dots + G_{2n}) \\ \cdot & \\ I_i &= \phi_0 (G_{i1} + G_{i2} + G_{i3} + \dots + G_{in}) \\ \cdot & \\ I_n &= \phi_0 (G_{n1} + G_{n2} + G_{n3} + \dots + G_{nn}) \end{aligned} \quad (13)$$

La corriente dispersada por un determinado electrodo i es:

$$I_i = \phi_0 \sum_{j=1}^n G_{ij} \quad (14)$$

y la corriente total dispersada por la puesta a tierra:

$$I_{tot} = \sum_{i=1}^n I_i = \phi_0 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n G_{ij} \quad (15)$$

La resistencia de puesta a tierra del conjunto, es:

$$R = \frac{\phi_0}{I_{tot}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n G_{ij}} \quad (16)$$

El denominador de la expresión anterior corresponde a la suma de todos los términos G_{ij} de la matriz [G]. [1]

PROGRAMA PARA EL PROYECTO Y ANÁLISIS DE SISTEMAS DE PUESTA

Basado en el método descrito anteriormente se desarrolló el programa PAST 1.0 elaborado en Matlab con un ambiente amistoso y fácil de trabajar, la figura 4 muestra su ventana principal.



Fig. 4. Ventana principal.

La figura 5 muestra el posible trabajo con los ficheros de datos de cargar, salvar, salvar como y salvar ficheros de mediciones de resistividad.

La figura 6 muestra las posibilidades de creación o edición para su revisión de los ficheros de datos, tanto en terrenos de resistividad homogénea como terrenos de varios estratos o no homogéneos, creación de fichero de datos de resistividad aparente obtenidos a partir de mediciones de campo y de graficar el sistema de electrodos diseñado. La figura 7 muestra los datos a introducir para terreno homogéneo y la figura 8 un grafico de planta de un sistema formado por electrodos horizontales.



Fig. 5. Trabajo con los ficheros de datos.



Fig. 6. Creación y edición de los ficheros de datos.

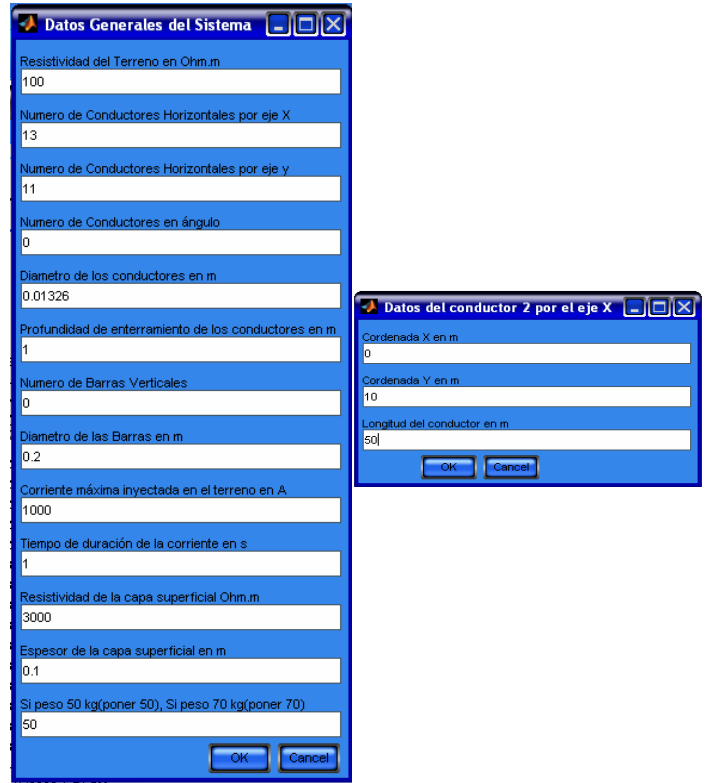


Fig. 7. Entrada de los datos del sistema.

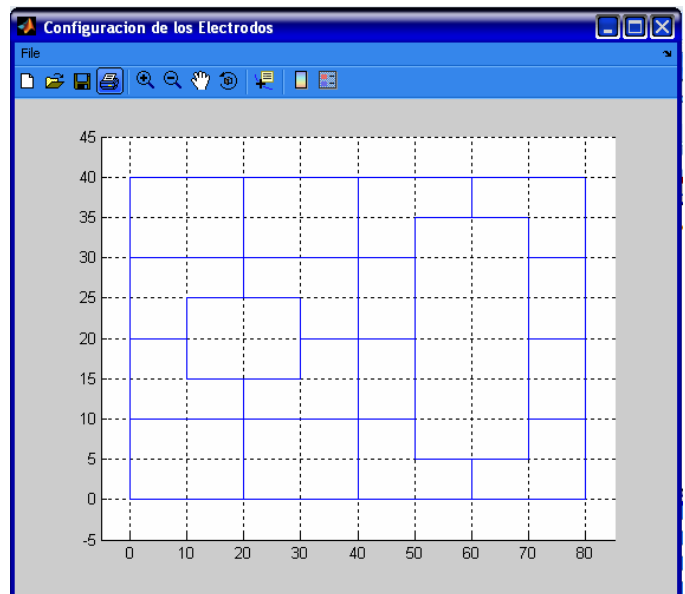


Fig. 8. Grafico en planta de un sistema formado por electrodos horizontales.

El programa permite calcular la resistencia de conexión a tierra de un sistema previamente diseñado o de diseñar automáticamente un

sistema para obtener una resistencia de conexión a tierra dada, en función de las características de los electrodos a utilizar y las dimensiones del terreno disponible, determinar la malla de tierra de reticulado uniforme de una subestación, analizar la interacción de mallas independientes, hacer un balance económico del proyecto realizado, optimizar el diseño de una malla de reticulado uniforme y determinar la resistividad y espesor de los estratos de un terreno a partir de mediciones de resistividad aparente (ver figura 9).

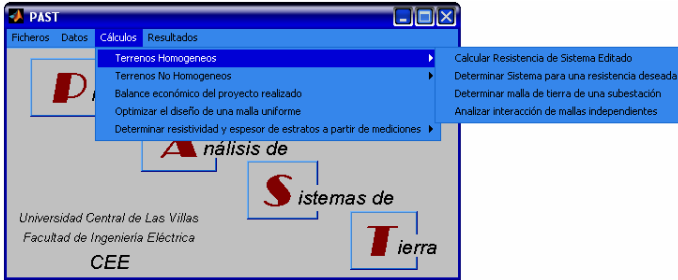


Fig. 9. Calculo del sistema de puesta a tierra.

Los resultados que brinda el programa pueden ser editados en pantalla o con salida a impresora y además permite mostrar una grafica en tres dimensiones de los potenciales superficiales y de contacto del sistema para una determinada corriente drenada al terreno, indicando las coordenadas y la magnitud de la mayor tensión de paso y de contacto sobre la superficie de la instalación e indicando si son mayores o menores que las permisibles por el cuerpo humano (ver figuras 10, 11, 12 y 13).

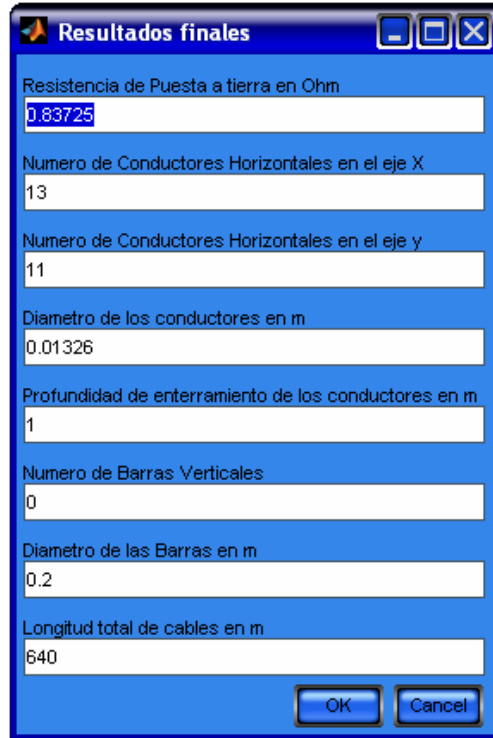


Fig. 11. Resultados finales del sistema diseñado.

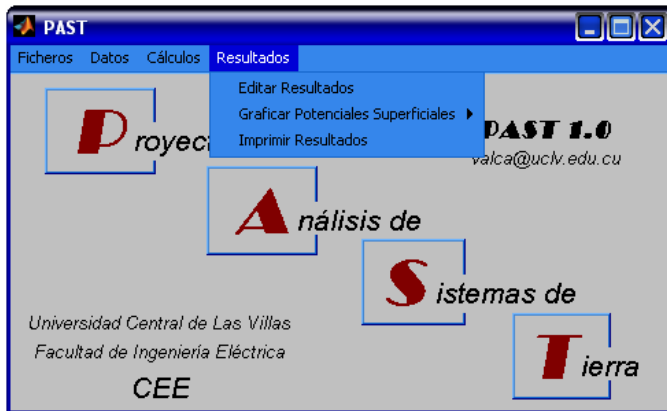


Fig. 10. Resultados del programa.

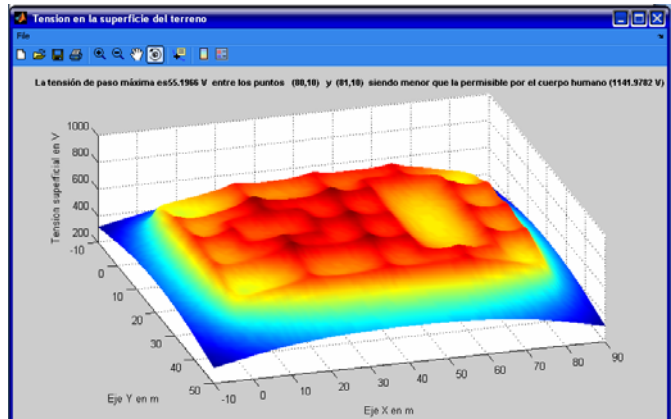


Fig. 12. Potenciales superficiales del sistema diseñado.

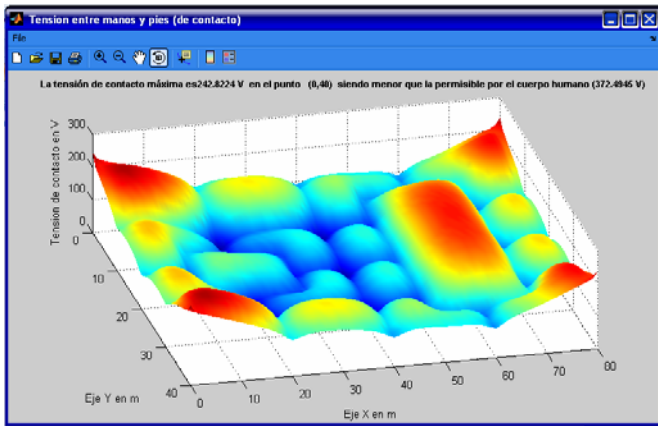


Fig. 13. Potenciales de contacto del sistema diseñado.

CONCLUSIONES

El programa PATS 1.0 trabaja tanto con terrenos considerados homogéneos como formado por varios estratos, permite el diseño de sistemas de puesta a tierra de alta complejidad, tanto a criterio del diseñador como de forma automática buscando un valor de resistencia de conexión a tierra deseado, diseña sistemas de puesta a tierra de reticulado uniforme de subestaciones, optimiza el diseños de mallas uniformes garantizando potenciales de paso y de contacto admisibles. Resulta de gran interés la posibilidad de conocer la interacción de sistemas de tierra independientes, pero que bajo determinadas condiciones pueden influir los unos sobre los otros.

REFERENCIAS

- [1] ORTUONDO, P. *Proyecto y análisis de sistemas de puesta a tierra*. 1996
- [2] VALCÁRCEL, A. C. *Sistemas de puesta a tierra y protección de equipos electrónicos sensibles*. Monografía, Centro de Estudios Electroenergéticos, UCLV, Santa Clara, Cuba.: 2007

AUTORES

Angel Cecilio Valcárcel Rojas

Ingeniero Electricista, Master en Ingeniería eléctrica Dr. en Ciencias Técnicas. Profesor Titular. Facultad de Ingeniería Eléctrica. Universidad Central de las Villas, Cuba.

e-mail: valca@uclv.edu.cu

Luis Alberto Hernandez Lugones

Ingeniero Electricista, Master en Ingeniería Eléctrica, Profesor Auxiliar. Facultad de Ingeniería Eléctrica. Universidad Central de las Villas, Cuba

e-mail: lugones@uclv.edu.cu

Alberto Limonte Ruíz

Ingeniero Electricista, Master en Ingeniería eléctrica Profesor Auxiliar. Facultad de Ingeniería Eléctrica Universidad Central de las Villas, Cuba

e-mail: limonte@uclv.edu.cu