



# APLICACIÓN DE LA COMPUTACIÓN

## **Análisis del transitorio térmico de transformadores monofásicos de distribución mediante el Método de Elementos Finitos**

### ***Analysis of the thermal transient of the single-phase distribution transformers by means of the***

Eduardo - Sierra Gil  
Jesús Alejandro - Blanco Méndez

Recibido: Julio del 2011  
Aprobado: Septiembre del 2011

#### **Resumen/ Abstract**

La operación de un transformador sumergido en líquido refrigerante está relacionada con el calor producido en el núcleo y en los devanados; el cual se transfiere al aceite y de este al ambiente a través del tanque. La capacidad para disipar este calor determina los criterios básicos para los límites de carga y vida útil de un transformador. En este trabajo se utilizó el software QuickField versión 5.7 para, a partir del Método de los Elementos Finitos, modelar y simular la transitoriedad térmica de transformadores monofásicos de distribución, utilizando como ejemplo un transformador de 50 kVA para el cual se obtuvieron resultados adecuados y ajustados a los valores indicados en las normas. En el análisis del transitorio térmico, se pudieron obtener la temperatura fronteriza y los flujos de calor, las condiciones límites con elementos de convección y radiación, el comportamiento momentáneo de la temperatura y el recalentamiento global en el transformador monofásico.

**Palabras clave:** transitorio térmico, transformador, método de los elementos finitos.

*The operation of a transformer immersed into refrigerating liquid is related to the heat produced in the core and in the windings; which transfers itself to the oil and from it to the environment through the tank. The capability to dissipate this heat determines the basic criteria for the load limits and useful life of a transformer. In this work the software QuickField 5.7 was utilized for, starting from the Method of the Finite Elements, modeling and simulating the thermal transitoriness of the single-phase distribution transformers, using a 50 kVA transformer like example for the which one the obtained results were adequate and adjusted to the values indicated by the standards. In the thermal transient analysis, the frontier temperature and the heat flows, the limit conditions with elements of convection and radiation, the momentary behavior of temperature and the global warming in the single-phase transformer could be obtain.*

**Keywords:** thermal transient, transformer, finite elements method

#### **INTRODUCCIÓN**

Los transformadores son equipos muy críticos, tanto desde el punto de vista de la confiabilidad en el abastecimiento eléctrico del Sistema de Distribución, como desde el punto de vista económico, ya que es el componente más costoso en los sistemas de transporte y distribución. Su complejidad técnica, el alto costo de capital y una larga expectativa de vida asociada, plantean la necesidad de tomar decisiones correctas sobre cómo mantenerlo, cómo operarlo y cómo protegerlo. El comportamiento térmico de un transformador está relacionado con las pérdidas producidas en sus bobinas y núcleo, las que originan calor que debe disiparse, de ellas las primeras son conocidas como pérdidas de cobre y las originadas en el núcleo como pérdidas en el hierro o de vacío; estas pérdidas tienen estrecha relación con el rendimiento y costo de la máquina. Por diversas razones, entre las que se pueden citar al crecimiento demográfico y la expansión del servicio eléctrico a nuevos habitantes y a nuevas aplicaciones, se produce de un modo sostenido el crecimiento en la demanda de energía y como consecuencia los equipos afectados deben trabajar cada vez más cerca de sus condiciones límites.

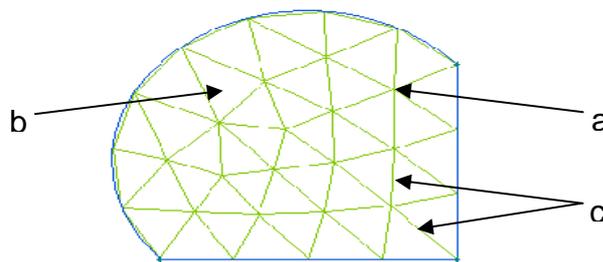
En correspondencia con los aumentos de carga de un transformador en servicio se originan incrementos de su temperatura que, cuando son excesivos, deterioran el aislamiento produciendo una disminución notoria de su vida útil. Las pérdidas se incrementan en la medida que la máquina trabaja a mayores potencias, lo que se traduce en incrementos del calor interno producido y que es necesario disipar hacia el ambiente mediante el sistema de enfriamiento.

## MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

El método de los elementos finitos es un método de aproximación de problemas continuos, de tal forma que:

- El continuo se divide en un número finito de partes, "elementos", cuyo comportamiento se especifica mediante un número finito de parámetros asociados a ciertos puntos característicos denominados "nodos". Estos nodos son los puntos de unión de cada elemento con sus adyacentes.
- La solución del sistema completo sigue las reglas de los problemas discretos. El sistema completo se forma por ensamblaje de los elementos.
- Las incógnitas del problema dejan de ser funciones matemáticas y pasan a ser el valor de estas funciones en los nodos.
- El comportamiento en el interior de cada elemento queda definido a partir del comportamiento de los nodos mediante las adecuadas funciones de interpolación ó funciones de forma. [1]

El MEF, por tanto, se basa en transformar un cuerpo de naturaleza continua en un modelo discreto aproximado, esta transformación se denomina discretización del modelo. El conocimiento de lo que sucede en el interior de este modelo del cuerpo aproximado, se obtiene mediante la interpolación de los valores conocidos en los nodos, es por tanto una aproximación de los valores de una función a partir del conocimiento de un número determinado y finito de puntos. [2]



**Fig. 1. Método de los elementos finitos aplicado a un cuerpo**  
a) Nodos, b) Elementos y c) Malla

## ECUACIÓN DE NAVIER-STOKES QUE RIGE EL ESTUDIO DEL TRANSITORIO TÉRMICO

La ecuación de transferencia térmica para ecuaciones lineales es:

$$\frac{\partial}{\partial x} (\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (\lambda_y \frac{\partial T}{\partial y}) = -q - C\rho \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

y para ecuaciones no lineales es:

$$\frac{\partial}{\partial x} (\lambda_x(T) \frac{\partial T}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (\lambda_y(T) \frac{\partial T}{\partial y}) = -q(T) - C(T)\rho \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2)$$

donde:

T= Temperatura

t = Tiempo

$\lambda_i$  = Componentes del tensor de conductividad térmica

$\lambda(T)$  = Conductividad térmica

$q(T)$  = Volumen de calor

$C(T)$  = Calor específico

$\rho$  = Densidad

En la tabla 1 se muestran los valores de las propiedades térmicas de los materiales que conforman el transformador y que fueron utilizados para modelar su comportamiento térmico. [3]

Tabla 1. Propiedades térmicas de los materiales que conforman al transformador			
Material	$\lambda$ Conductividad térmica $\frac{W}{(^{\circ}K * m)}$	C Calor específico $\frac{J}{(Kg * ^{\circ}K)}$	$\rho$ Densidad $\frac{Kg}{(m^3)}$
Aceite	0.111	1.71	879
Aire	0.01	1.006	1.1774
Cobre	401	0.383	8933
Aluminio	240	0.896	2702
Hierro	80.2	0.452	7870
Porcelana	0.5	2000	2400

## MODELO TÉRMICO DEL TRANSFORMADOR

La evaluación del comportamiento de los transformadores de distribución se realizó usando el modelo exponencial descrito en las normas IEEE Std C57-91[4] e IEC 60076-7 [5], puesto que es fácil de implementar y los parámetros requeridos se pueden medir durante el ensayo de calentamiento [6- 7]. El tiempo y el personal requerido para este ensayo se redujeron con la implementación de un sistema automatizado para la ejecución de ensayos usando el método de carga simulada por cortocircuito [8].

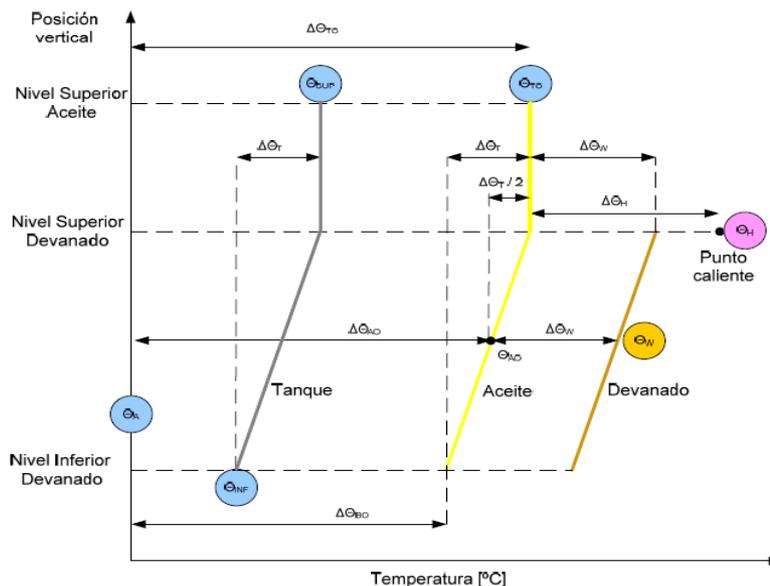


Fig. 2. Diagrama simplificado de la distribución de temperatura en el transformador.

En la figura 2 se muestra un diagrama simplificado del comportamiento térmico de los transformadores de distribución [5]. Estos parámetros se pueden obtener a partir de ensayos, siguiendo el procedimiento sugerido en la IEEE C57.119 [9] teniendo en cuenta las siguientes consideraciones:

- La temperatura del aceite se incrementa linealmente desde la parte inferior hasta la parte superior de los devanados. De aquí hasta el nivel superior la temperatura del aceite se mantiene constante.
- La temperatura en la parte externa del tanque es proporcional a la temperatura del aceite, por lo cual se puede calcular la temperatura en la parte inferior ( $\Delta\theta_{BO}$ ) y en la parte media ( $\Delta\theta_{AO}$ ) del aceite a partir de la temperatura medida en la parte superior ( $\theta_{SUP}$ ) e inferior ( $\theta_{INF}$ ) del tanque y en la parte superior del aceite ( $\theta_{TO}$ ).
- La temperatura de los devanados aumenta linealmente desde la parte inferior hasta la parte superior con una diferencia constante ( $\Delta\theta_W$ ) con respecto al aceite.

- La temperatura del punto más caliente se encuentra en la parte superior del devanado y es mayor a la temperatura promedio del mismo. Esto se debe al incremento de las pérdidas adicionales en esta parte del devanado.

### EJEMPLO DEL ANÁLISIS DEL TRANSITORIO TÉRMICO DE UN TRANSFORMADOR DE DISTRIBUCIÓN MONOFÁSICO DE 50 kVA

Para valorar la respuesta del modelo implementado mediante el método de los elementos finitos se realizó un ensayo de calentamiento en condiciones de laboratorio a un transformador de distribución monofásico de 50 kVA, obteniéndose los siguientes resultados.

Temperatura en el nivel superior de aceite  $\theta_{SUP}= 112.5\text{ }^{\circ}\text{C}$

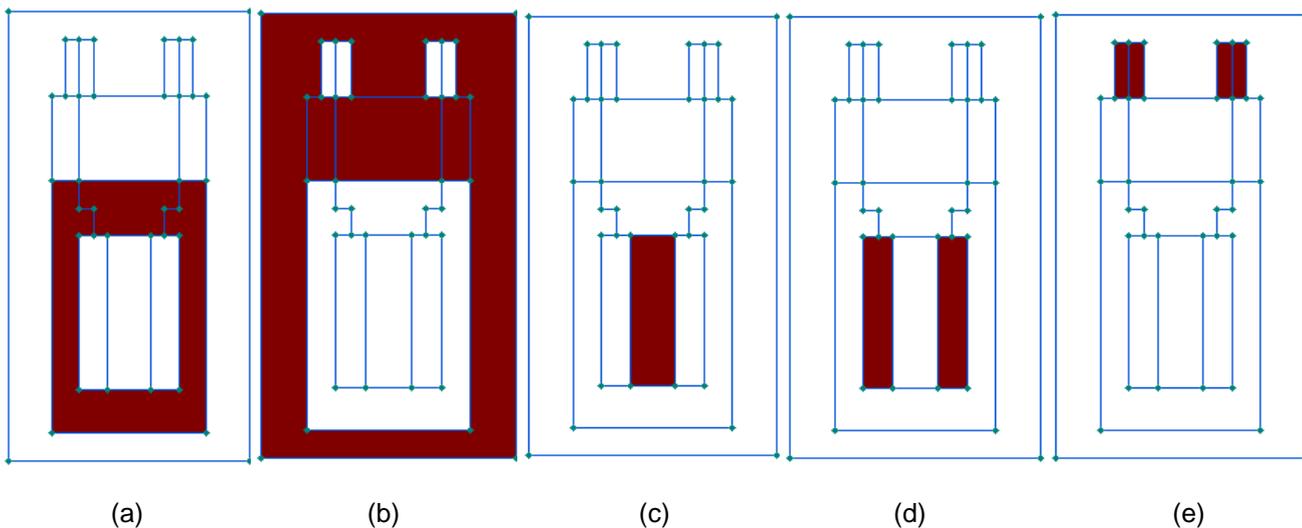
Temperatura en el nivel inferior de aceite  $\theta_{INF}= 66.4\text{ }^{\circ}\text{C}$

Temperatura media del aceite  $\theta_{MED}= 89.4\text{ }^{\circ}\text{C}$

Temperatura promedio del devanado  $\theta_W= 94.5\text{ }^{\circ}\text{C}$

Temperatura del punto más caliente  $\theta_H= 119\text{ }^{\circ}\text{C}$

Para describir el comportamiento térmico de los diferentes materiales que conforman el transformador mediante la ecuaciones de Navier-Stokes se utilizó un modelo geométrico bidimensional y axisimétrico que describe la forma (geometría) de los objetos de manera sencilla y permite crear una representación consistente del transformador que pueda ser manejada algorítmicamente por la computadora.



**Fig. 3. Modelo geométrico de un transformador monofásico.**  
**(a) Aceite, (b) Aire, (c) Cobre, (d) Hierro y (e) Porcelana.**

#### Malla

La malla se obtiene al modelar el transformador tomando en cuenta el aire que rodea a la máquina estática, como si estuviera en el medio ambiente, figura 4.

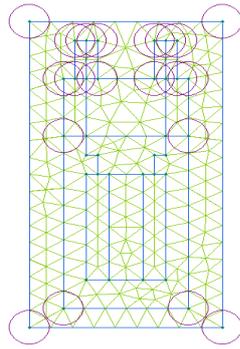


Fig. 4. Regiones malladas.

### Gráfica Isotérmica

La expansión isotérmica del aire se lleva a cabo colocando el gas en contacto térmico con otro sistema de capacidad calorífica muy grande y a la misma temperatura que el gas; este otro sistema se conoce como foco caliente. De esta manera el calor se transfiere muy lentamente, permitiendo que el gas se expanda realizando trabajo. Como la energía interna del aire sólo depende de la temperatura y ésta permanece constante en la expansión isotérmica, el calor tomado del foco es igual al trabajo realizado por el gas:  $Q = W$ .

Una curva isoterma es una línea que sobre un diagrama representa los valores sucesivos de las diversas variables de un sistema en un proceso isotermo.

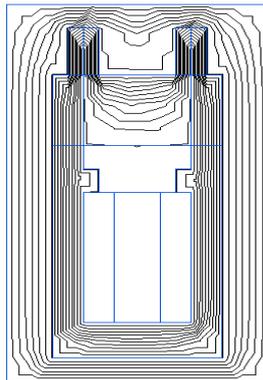


Fig. 5. Campos de temperaturas

### Vectores

A continuación se observa la distribución de los vectores del flujo de calor y sus gradientes, figura 6.

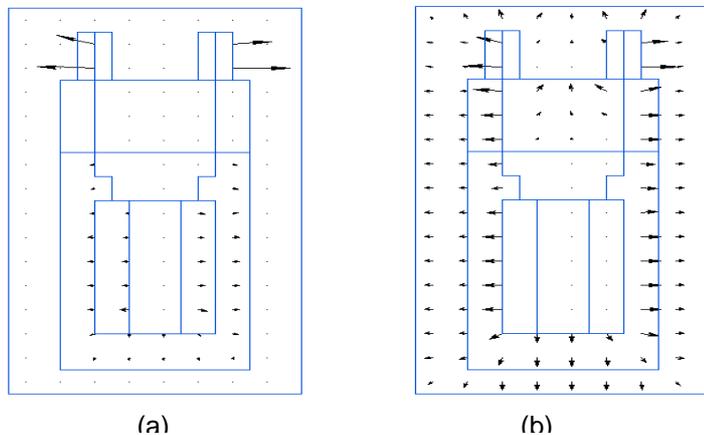
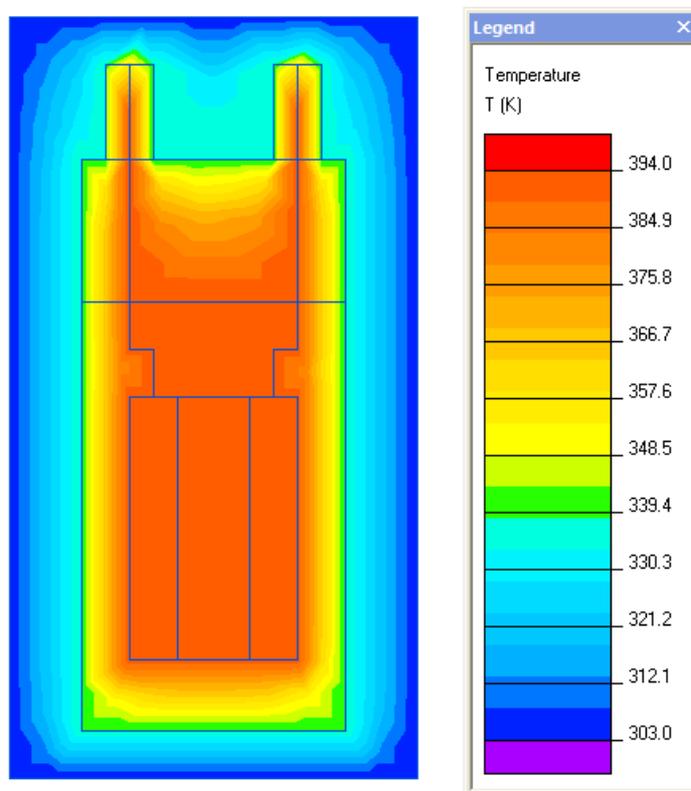


Fig. 6. Líneas del flujo de calor  
(a) Flujo de calor y (b) Gradiente

## Mapa Multicolor

A través del Mapa Multicolor de Temperatura (fig.7) se puede observar el comportamiento térmico, así como también, realizar una evaluación del recalentamiento local en el transformador. La elevación de temperatura del aceite sobre la temperatura ambiente permite identificar si un transformador presenta una adecuada disipación del calor producido por las pérdidas en el núcleo y los devanados.

La elevación de los devanados se distribuye en forma homogénea a lo largo y ancho de los devanados. Una estimación precisa de ésta cantidad permite predecir con un alto grado de confianza el comportamiento térmico y la vida útil del transformador. Desafortunadamente, evaluar con gran precisión la transitoriedad térmica del transformador, es una tarea difícil de acuerdo a los resultados obtenidos por muchos investigadores.



**Fig. 7. Transitoriedad térmica del transformador monofásico de distribución de 50 kVA a las 24 horas (86.400 s).**

La simulación del transitorio térmico del transformador de 50 kVA mediante el Método de los Elementos Finitos arrojó los siguientes resultados.

Temperatura media del aceite  $\theta_{MED} = 91 \text{ }^{\circ}\text{C}$

Temperatura promedio del devanado  $\theta_W = 94.8 \text{ }^{\circ}\text{C}$

Temperatura del punto más caliente  $\theta_H = 120.5 \text{ }^{\circ}\text{C}$

El incremento de temperatura para el aceite considerando la temperatura ambiente, para los valores determinados a través del ensayo de calentamiento es de  $59.4 \text{ }^{\circ}\text{C}$ , mientras que para los valores simulados es de  $61 \text{ }^{\circ}\text{C}$ ; para el devanado el incremento de temperatura es de  $64.5$  para los valores determinados en el ensayo de calentamiento y de  $64.8$  para los valores obtenidos mediante la simulación. La literatura consultada plantea [4-9] que el incremento de la temperatura del devanado a las 24 horas de operación no debe superar los  $65 \text{ }^{\circ}\text{C}$  por encima de la temperatura ambiente, mientras que el incremento de temperatura del aceite no debe sobrepasar los  $65 \text{ }^{\circ}\text{C}$  y algunos autores plantean que no debe sobrepasar los  $55 \text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $10 \text{ }^{\circ}\text{C}$  menos que el incremento de temperatura del devanado. Los resultados obtenidos en este trabajo se ajustan a estos valores.

## CONCLUSIONES

1. El Método de los Elementos Finitos constituye una herramienta matemática adecuada para la modelación de la transitoriedad térmica de transformadores monofásicos de distribución permitiendo obtener valores de temperatura fronteriza y flujos de calor, condiciones límites con elementos de convección y radiación, el comportamiento de temperatura y una evaluación del recalentamiento local en el transformador. Las temperaturas resultantes se pueden usar para análisis posterior de la tensión térmica.
2. La utilización del software QuickField versión 5.7 permite obtener diferentes formas gráficas: líneas de campo, mapas multicolores, gráficos de diferentes cantidades a lo largo de los contornos voluntarios, temperatura, flujo de calor, gradientes térmicos, pérdidas totales de calor en cualquier parte del sistema y otros valores integrales, resultando efectivo para la simulación visual de los procesos térmicos.
3. Se presentó una formulación de elementos finitos para la solución de las ecuaciones de Navier-Stokes en flujos con acoplamiento térmico, aplicable a la solución de problemas de convección natural y mixta. Se mostraron soluciones obtenidas en geometrías bidimensionales sencillas y axisimétricas representativas de un transformador de distribución, con valores comparables a los establecidos en las normas.
4. Si bien los resultados de la simulación arrojan resultados muy satisfactorios, sobre todo si se tienen en cuenta las simplificaciones empleadas, las propiedades físicas de los materiales constituyentes se supusieron constantes con la temperatura y el valor de algunas de ellas requiere un análisis más detallado.
5. La convección natural y radiación de la máquina hacia el ambiente se modeló con un coeficiente pelicular obtenido de la literatura, sin contemplar las variaciones de temperatura y geométrica de la superficie externa de la máquina.

## REFERENCIAS

- [1] O. C, Zienkiewicz y R. L, Taylor, The finite element method. Editorial: Butterworth. 5ta edición. Barcelona, España. 2000.
- [2] R, Fenner, Finite element methods for engineers. Editorial: Imperial college pres. 1ra edición. USA. 2002.
- [3]. ENCICLOPEDIA CEAC. Materiales electrotécnicos. Editorial: Ceac. Barcelona, España.
- [4] AMERICAN NATIONAL STANDARDS INSTITUTE, Guide for loading mineral oil-immersed overhead-type distribution transformer with 55°C or 65°C average winding rise. New York.: ANSI, 1995. 108p. IEEE Std C57-91-1995 Cor-2002
- [5]INTERNATIONAL STANDARD, Loading guide for oil-immersed power transformer. Switzerland.: IEC, 2005. 60p. IEC 60076-7 / 2005.
- [6] INTERNATIONAL STANDARD, Temperature rise power transformer. Switzerland.: IEC, 1993 Second edition. 60p. IEC 60076-2 / 1993 Corrigendum 1997.
- [7] AMERICAN NATIONAL STANDARDS INSTITUTE, IEEE Standard Test Code for Liquid-Immersed Distribution, Power, and Regulating Transformers. New York.: ANSI, 2007. 82p. IEEE Std C57.12.90-2006.
- [8] J. Mejías y E. Vásquez, Automatización de las pruebas de temperatura en equipos de distribución eléctricos. Tesis de pregrado - Universidad del Valle. Colombia, 2005.
- [9] AMERICAN NATIONAL STANDARDS INSTITUTE, IEEE Recommended Practice for Performing Temperature Rise Tests on Oil-Immersed Power Transformers at Loads Beyond Nameplate Ratings. New York.: ANSI, 2002. 38p. IEEE Std C57.119-2001.

## AUTORES

### Eduardo Sierra Gil

Ingeniero Electricista, Doctor en Ciencias Técnicas ,Universidad de Camagüey “Ignacio Agramonte y Loynaz”, Cuba.  
e-mail: [eduardo.sierra@reduc.edu.cu](mailto:eduardo.sierra@reduc.edu.cu)

### Jesús Alejandro Blanco Méndez

Ingeniero Electricista, Profesor, Instituto Universitario de Tecnología de Cumaná, Edo. Sucre, Venezuela.  
e-mail: [ing.jesusblanco@gmail.com](mailto:ing.jesusblanco@gmail.com)