



APLICACIÓN DE LA COMPUTACIÓN

Cálculo de parámetros de filtros pasivos de armónicos

Calculation of the harmonics passive filters parameters

Ignacio – Pérez Abril

Recibido: Enero del 2012
Aprobado: Abril del 2012

Resumen/ Abstract

Los filtros de armónicos cumplen la función de evitar la circulación de las corrientes de armónico por el sistema y reducir la distorsión de la tensión. Estos pueden ser pasivos (compuestos por arreglos de impedancias) o activos (basados en electrónica de potencia). Las características de los filtros pasivos pueden encontrarse en la bibliografía especializada. Sin embargo, las ecuaciones para el diseño de los mismos no se muestran en todos los casos, lo que dificulta el cálculo de sus componentes y de su estrés en condiciones de operación. El objetivo fundamental de este trabajo es desarrollar el procedimiento general para el cálculo de los filtros pasivos de armónicos y determinar las ecuaciones correspondientes a los distintos tipos de filtro. Además, se describe una aplicación en Matlab que calcula los parámetros R, L y C de los distintos tipos de filtro y evalúa el estrés a que se someten los componentes de los mismos.

Palabras clave: armónicos, ecuaciones de diseño, filtros pasivos de armónicos.

The purpose of the harmonic filters in the electrical power systems is the avoiding the harmonic currents circulation in the network and the reduction of the voltages waveform distortion. The harmonic filters can be of passive type (composite of impedances) or active type (based on power electronic). The characteristics of passive filters can be found in the specialized bibliography. However, the equations for the filter design are not showed in all cases, which difficult the filter's components calculation and the evaluation of its stress in operation conditions. The objective of the presented work is the developing of a general procedure for the harmonic passive filters parameters calculation and the determination of the needed equations for each type of filter. Besides, a Matlab application that calculates the R, L and C parameters, and the stress of all the treated filters is showed.

Key Words: harmonics, design equations, harmonics passive filters.

INTRODUCCIÓN

La creciente presencia de cargas no lineales en los sistemas eléctricos modernos provoca la distorsión de las formas de onda de tensiones y corrientes, lo que se traduce como la existencia de armónicos e interarmónicos en dichos sistemas. Las normas internacionales como la IEEE 519-92 [1-2] o las normas de la serie IEC 61000 [3], recomiendan los límites permisibles de distorsión en las redes eléctricas para reducir los efectos nocivos de la circulación de armónicos por dichas redes y sus componentes. Los filtros de armónicos cumplen la función de evitar la circulación de las corrientes de armónico por el sistema y reducir la distorsión de la tensión. Estos pueden ser pasivos (compuestos por arreglos de impedancias) o activos (basados en electrónica de potencia). Las características de los filtros pasivos pueden encontrarse en la bibliografía especializada [4-6], etc. Sin embargo, las

ecuaciones para el diseño de los mismos no se muestran en todos los casos, lo que dificulta el cálculo de sus componentes y de su estrés en condiciones de operación.

Por otra parte, el Power System Block Set del Matlab-Simulink [7], ofrece el bloque “Three-phase harmonic filter” para la simulación de filtros pasivos de armónicos, que aunque no muestra los parámetros R, L y C calculados para el filtro seleccionado, si facilita la simulación en el tiempo de cuatro tipos de filtros. No obstante, este bloque no ofrece la posibilidad de simular filtros amortiguados de tercer orden.

El objetivo fundamental de este trabajo es desarrollar un procedimiento general para el cálculo de los parámetros R, L y C de los filtros pasivos de armónicos y determinar las ecuaciones correspondientes a los distintos tipos de filtro.

Este procedimiento utiliza como datos primarios: la potencia reactiva deseada a la fundamental (Q1) y el factor de calidad (Q) del filtro calculado. La determinación de ambos parámetros, Q1 y Q, depende tanto de consideraciones económicas como del comportamiento del filtro, que escapan al objetivo del presente trabajo.

Finalmente, se describe una aplicación en Matlab que calcula los parámetros correspondientes a los distintos tipos de filtro y evalúa el estrés a que se someten los componentes de los mismos.

DESARROLLO

En forma general, todos los filtros pasivos para conexión en paralelo, se componen por un condensador C que proporciona la mayoría de la potencia reactiva del filtro, en serie a un circuito compuesto por inductancias, capacitancias y resistencias cuya impedancia es función de la frecuencia n.

Normalmente, el filtro se puede calcular: (1) a partir de un condensador de potencia (Qcn) conocida o (2) para obtener una potencia reactiva deseada (Q1) a la frecuencia fundamental (n = 1). En ambos casos el filtro se diseña para lograr una impedancia mínima para la frecuencia de sintonía (n) y con un factor de calidad (Q) necesario para lograr un filtrado adecuado.

Filtros sintonizados

En los filtros sintonizados o filtros de banda de paso, ver figura 1, el circuito serie se compone de una inductancia en serie a una resistencia de bajo valor.

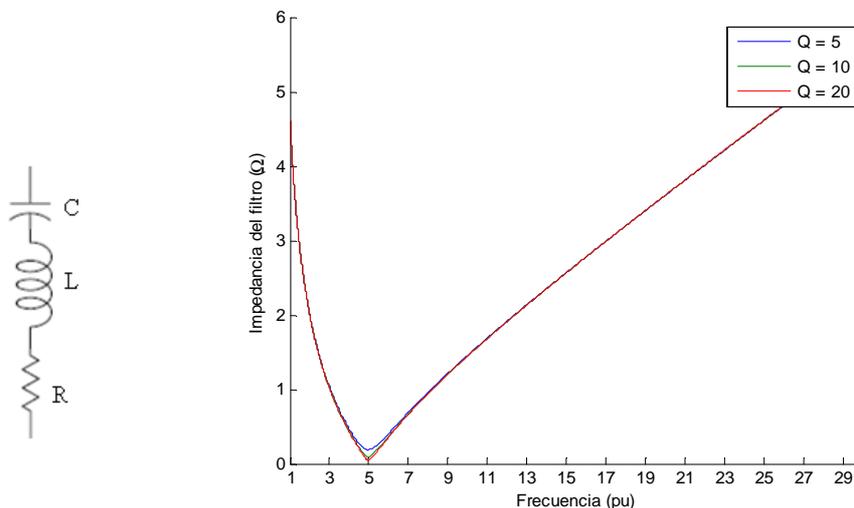


Fig. 1. Filtro sintonizado. a) Circuito, b) Impedancia contra frecuencia (480 V, 50 kvar, 5^{to} armónico)

La impedancia de este filtro para la frecuencia calcula como:

$$Z_n = R + j(n \cdot Xl - Xc / n) \tag{1}$$

De forma que la frecuencia de sintonía a la que ocurre el valor mínimo de impedancia coincide con la frecuencia de resonancia del filtro.

$$n = \sqrt{X_c / X_l} \quad (2)$$

De esta manera, la selección de X_c y X_l conociendo la potencia reactiva nominal del condensador es muy sencilla:

$$X_c = Vn^2 / Qcn \quad (3)$$

$$X_l = X_c / n^2 \quad (4)$$

Estos filtros se emplean para eliminar armónicos de orden bajo con un factor de calidad alto ($Q = 20-50$) que se define como:

$$Q = n \cdot X_l / R = X_c / (n \cdot R) \quad (5)$$

Por lo tanto, conocida X_l , la resistencia se calcula mediante:

$$R = n \cdot X_l / Q \quad (6)$$

La impedancia de este filtro para la frecuencia fundamental se calcula como:

$$Z_1 = R + j(X_l - X_c) \quad (7)$$

Y la potencia reactiva que entrega el filtro a la fundamental es:

$$Q_1 = \text{imag}\{Vn^2 / Z_1^*\} \quad (8)$$

Pero considerando que el factor de calidad es alto y por lo tanto la resistencia es muy pequeña, puede llegarse a la aproximación:

$$Q_1 \approx \frac{Vn^2}{X_c - X_l} = \frac{Vn^2}{X_c(1 - 1/n^2)} = Qcn \frac{n^2}{n^2 - 1} \quad (9)$$

Por lo tanto, X_c se calcularía aproximadamente a partir de Q_1 como:

$$X_c = \frac{Vn^2}{Qcn} \approx \frac{Vn^2}{Q_1} \frac{n^2}{n^2 - 1} \quad (10)$$

Un caso especial de filtro sintonizado es el de doble sintonía, ver figura 2, cuya impedancia tiene dos mínimos a las frecuencias n_a y n_b . Estos filtros se diseñan a partir de dos filtros sintonizados a y b. Normalmente, puede considerarse que las dos ramas a y b tienen condensadores iguales, de donde se tomaría, conocido el condensador C_1 del filtro:

$$X_{c_a} = X_{c_b} = 2X_{c_1} \quad (11)$$

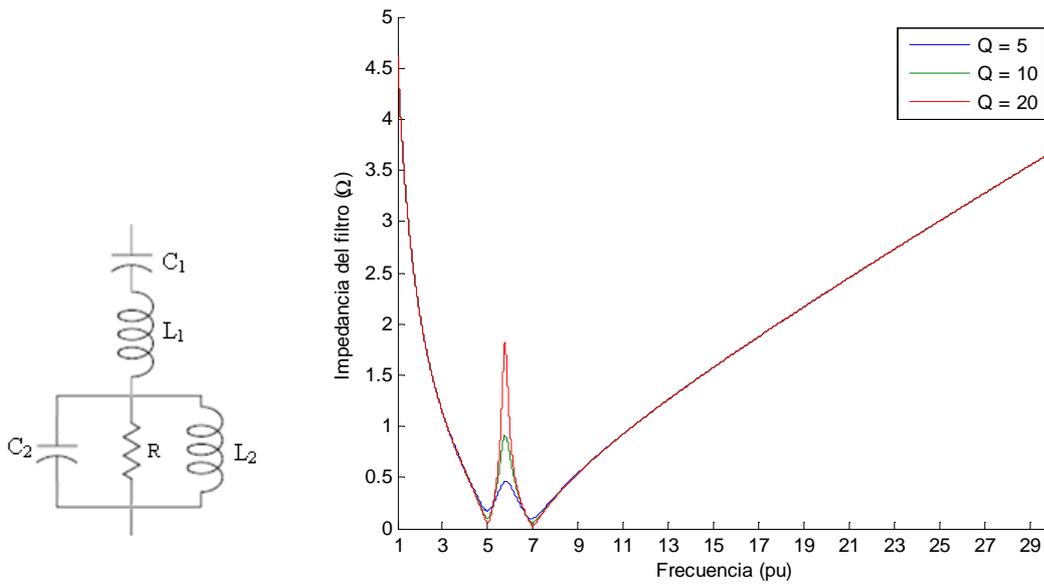


Fig. 2. Filtro de doble sintonía. a) Circuito, b) Impedancia contra frecuencia (480 V, 50 kvar, 5to y 7mo armónicos)

Las reactancias inductivas siempre se calculan por las relaciones:

$$\begin{aligned} Xl_a &= Xc_a / n_a^2 \\ Xl_b &= Xc_b / n_b^2 \end{aligned} \tag{12}$$

Partiendo de los parámetros \$Xc_a\$, \$Xl_a\$ y \$Xc_b\$, \$Xl_b\$ las reactancias capacitivas e inductivas del filtro se calculan por [5-6]:

$$Xc_1 = \frac{Xc_a Xc_b}{Xc_a + Xc_b} \tag{13}$$

$$Xl_1 = \frac{Xl_a Xl_b}{Xl_a + Xl_b} \tag{14}$$

$$Xc_2 = \frac{(Xl_a Xc_b - Xl_b Xc_a)^2}{(Xc_a + Xc_b)(Xl_a + Xl_b)^2} \tag{15}$$

$$Xl_2 = \frac{(Xl_a Xc_b - Xl_b Xc_a)^2}{(Xc_a + Xc_b)^2 (Xl_a + Xl_b)} \tag{16}$$

Conocido el factor de calidad, la resistencia R se determina mediante:

$$R = \frac{1}{2}(n_a + n_b)Xl_2 \cdot Q \tag{17}$$

En caso de realizar el diseño para generar una potencia reactiva Q_1 a la frecuencia fundamental se utilizaría:

$$Xc_a = Xc_b \approx \frac{Vn^2}{Q_1} \left(\frac{n_a^2}{n_a^2 - 1} + \frac{n_b^2}{n_b^2 - 1} \right) \tag{18}$$

Filtros amortiguados

Los filtros amortiguados o paso alto más empleados son los de 2do y 3er orden y el filtro tipo C. Para este tipo de filtros, a diferencia del filtro sintonizado, la condición de mínimo valor modular de la impedancia no coincide con la resonancia del filtro, por lo que dicha condición de impedancia mínima se obtiene al igualar a cero la derivada del módulo de la impedancia al cuadrado con respecto a la frecuencia de sintonía n:

$$\frac{d}{dn} |Z(R, Xl, Xc, n)|^2 = 0 \tag{19}$$

Con esta condición y dado el valor del factor de calidad Q que se define para estos filtros como:

$$Q = n \cdot Xl \cdot R \tag{20}$$

Pueden calcularse los diferentes parámetros de cada tipo de filtro según el siguiente procedimiento.

a) Filtro de 2do orden

La impedancia del filtro de 2do orden, figura 3, para la frecuencia n es:

$$Z = \frac{R(jXl \cdot n)}{R + jXl \cdot n} - jXc/n \tag{21}$$

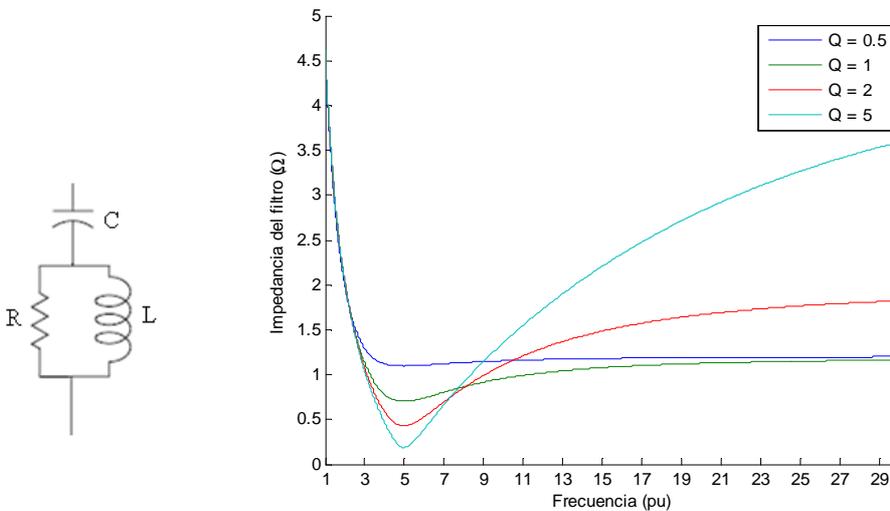


Fig. 3. Filtro de 2do orden. a) Circuito, b) Impedancia contra frecuencia (480 V, 50 kvar, 5to armónico).

Igualando a cero la derivada del módulo cuadrático de la impedancia (19), la condición de mínima impedancia para este filtro es:

$$2 \frac{(R^4 Xl^2 + 2XcR^2 Xl^3 - Xc^2 Xl^4)n^4 - 2(Xc^2 R^2 Xl^2)n^2 - Xc^2 R^4}{(R^2 + n^2 Xl^2)^2 n^3} = 0 \quad (22)$$

Sustituyendo Xl por la relación:

$$Xl = Q/(n \cdot R) \quad (23)$$

Se obtiene la expresión (24) que relaciona la resistencia R con los parámetros conocidos: Xc , Q y n .

$$(Q^2 n^2)R^2 + (2XcQ \cdot n)R - (Xc^2 + 2Xc^2 Q^2 + Xc^2 Q^4) = 0 \quad (24)$$

En este caso, la resistencia necesaria se determina como la primera raíz real positiva de este polinomio de 2do orden:

$$R = Xc/(n \cdot Q) \left(\sqrt{(1+Q^2)^2 + 1} - 1 \right) \quad (25)$$

Una vez obtenida la resistencia, Xl se determina por (23).

En caso de que el diseño se realice para satisfacer un valor Q_1 de potencia reactiva a la frecuencia fundamental, puede aceptarse que la resistencia es pequeña y casi todo el voltaje se aplica a la parte imaginaria de la impedancia, obteniéndose:

$$Xc \approx \frac{Vn^2}{Q_1} \frac{1}{1 - \left(\sqrt{(1+Q^2)^2 + 1} - 1 \right) / (n^2 Q^2 + 1)} \quad (26)$$

b) Filtro tipo C

La impedancia del filtro tipo C, ver figura 4, para la frecuencia n es:

$$Z = \frac{jR(Xl \cdot n - Xc_2/n)}{R + j(Xl \cdot n - Xc_2 \cdot n)} - jXc_1/n \quad (27)$$

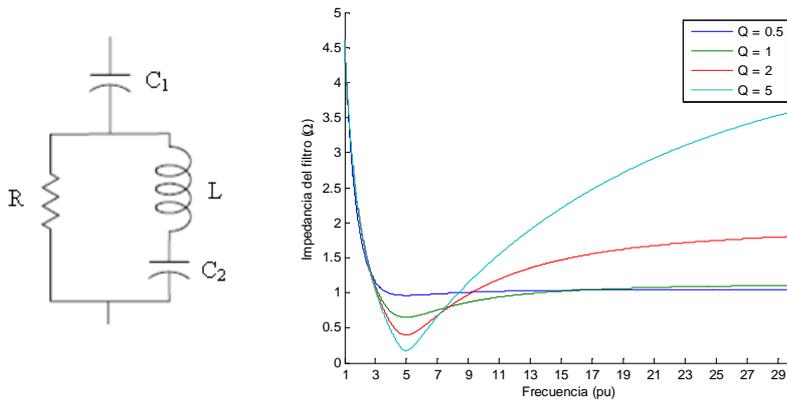


Fig. 4. Filtro tipo C. a) Circuito, b) Impedancia contra frecuencia (480 V, 50 kvar, 5to armónico).

El diseño de este filtro se basa en que se produce una resonancia serie entre \$X_L\$ y \$X_{C_2}\$ a la frecuencia fundamental, de forma que la resistencia queda cortocircuitada a esta frecuencia y el filtro opera como un condensador.

Para lograr esta resonancia se deben igualar \$X_L\$ y \$X_{C_2}\$.

$$X_L = X_{C_2} \tag{28}$$

Siguiendo el procedimiento descrito para el filtro de 2do orden, e incorporando la condición (27), se obtiene la resistencia como la primera raíz real positiva de un polinomio de 2do orden que establece la relación correcta entre los parámetros del filtro.

$$R = \frac{X_C}{n^3(n^4 - 1)Q} \left((n^2(Q^2 + 2) - n^4 - 1) + \dots \right) \tag{29}$$

$$+ \sqrt{n^{12}(Q^4 + 2Q^2 + 2) - 2n^{10}(3Q^2 + 4) + n^8(4Q^2 + 11) + 2n^6(Q^2 - 2) - 2n^4(Q^2 + 2) + 4n^2 - 1}$$

En este filtro, el condensador \$C_1\$ recibe todo el voltaje de frecuencia fundamental, por lo que \$Q_{cn}\$ es igual a \$Q_1\$.

c) Filtro de 3er orden

La impedancia del filtro de 3er orden (fig. 5) para la frecuencia \$n\$ es:

$$Z = \frac{(R - jX_{C_2}/n)(jX_L \cdot n)}{R + j(X_L \cdot n - X_{C_2} \cdot n)} - jX_{C_1}/n \tag{30}$$

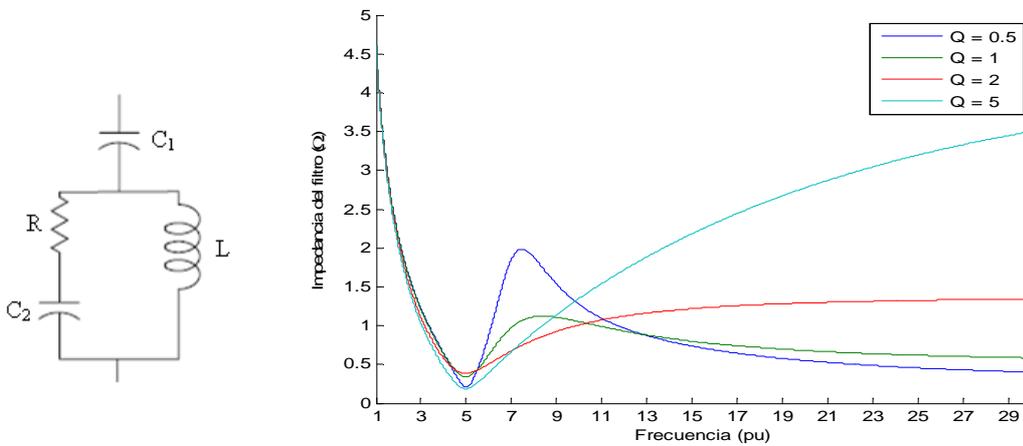


Fig. 5. Filtro de 3er orden. a) Circuito, b) Impedancia contra frecuencia (480 V, 50 kVAr, 5to armónico)

Como el filtro de 3er orden tiene dos condensadores, hay que preestablecer una relación entre C_1 y C_2 para poder resolver el problema con las condiciones establecidas. Normalmente se toman los dos condensadores iguales, por lo que se añade la igualdad:

$$X_c = X_{c_1} = X_{c_2} \tag{31}$$

Siguiendo el procedimiento descrito para el filtro de 2do orden, se obtiene el siguiente polinomio que establece la relación correcta entre los parámetros del filtro.

$$(n^6 Q^2)R^6 - (n^4 X_c^2 (Q^4 + 4))R^4 + (4n^3 X_c^3 Q(Q^2 + 2))R^3 - (n^2 X_c^4 Q^2 (2Q^2 + 7))R^2 + \dots \\ (4n X_c^5 Q^3)R - (2X_c^6 Q^4) = 0 \tag{32}$$

No existe solución analítica para las raíces de este polinomio, por lo que la solución es numérica, tomando la primera raíz real positiva. Como no hay una solución analítica para R , no puede establecerse una expresión analítica para X_c cuando se diseña para satisfacer una Q_1 prefijada.

Para resolver este problema puede emplearse con éxito el método numérico de la secante. Considerando que se dispone de la función Matlab $[Q_1, X_c, X_L, R] = \text{CalcParameters}(Q_{cn}, V_n, Q, n)$ que calcula los parámetros del filtro X_c , X_L , R y su potencia reactiva a la fundamental Q_1 a partir de la potencia reactiva del condensador Q_{cn} , la tensión nominal V_n , el factor de calidad Q y la frecuencia de sintonía n , y contando con dos aproximaciones a la potencia reactiva del condensador $Q_{cn}(0)$ y $Q_{cn}(1)$, el algoritmo de cálculo se describe mediante el siguiente pseudo código de Matlab, figura 6:

```

[Q1(0), Xc(0), Xl(0), R(0)] = CalcParameters(Qcn(0), Vn, Q, n);
while 1,
    [Q1(1), Xc(1), Xl(1), R(1)] = CalcParameters(Qcn(1), Vn, Q, n);
    if abs(Q1(1) – Q1) > error,
        deriv = (Q1(1) – Q1(0))/(Qcn(1) – Qcn(0));
        Qcn(0) = Qcn(1);
        Qcn(1) = Qcn(1) – (Q1(1) – Q1)/deriv;
    else
        break;
    end
end
end

```

Fig. 6. Algoritmo del método de la secante.

Aplicación FILTERS

Con el objetivo de simplificar el cálculo de los parámetros R, L y C de los distintos tipos de filtros, se ha desarrollado la aplicación Matlab FILTERS.

Esta aplicación desarrollada en el ambiente visual del Matlab 7.5, ver figura 7, es capaz de calcular los parámetros R, L y C de los componentes de los cinco tipos de filtro descritos en este trabajo: (1) sintonizado, (2) de doble sintonía, (3) paso alto de 2do orden, (4) paso alto de 3er orden y (5) paso alto tipo C.

Los datos necesarios son: el tipo de filtro, la tensión nominal (V), la potencia reactiva requerida a la frecuencia fundamental (kVAr), la(s) frecuencia(s) de sintonía (pu) y el factor de calidad deseado. Además, el filtro puede calcularse en dos configuraciones para el condensador serie: (1) delta, empleada en filtros para baja tensión o (2) estrella, para filtros de media tensión.

Una vez calculados los parámetros del filtro, se muestra un esquema simplificado del mismo con los valores de resistencias, inductancias y capacitancias en las unidades más apropiadas para su visualización. Además se grafica la característica de impedancia contra frecuencia del filtro desde la frecuencia fundamental hasta el múltiplo 50.

Finalmente, se determina el estrés de cada componente del filtro (tensión rms, corriente rms y potencia total) para el régimen de operación deseado: (1) para tensión nominal de la fundamental, (2) para tensión nominal de la fundamental y un 3% de tensión a la(s) frecuencia(s) de sintonía, (3) para una corriente distorsionada cuyos datos se cargan desde el espacio de trabajo del Matlab.

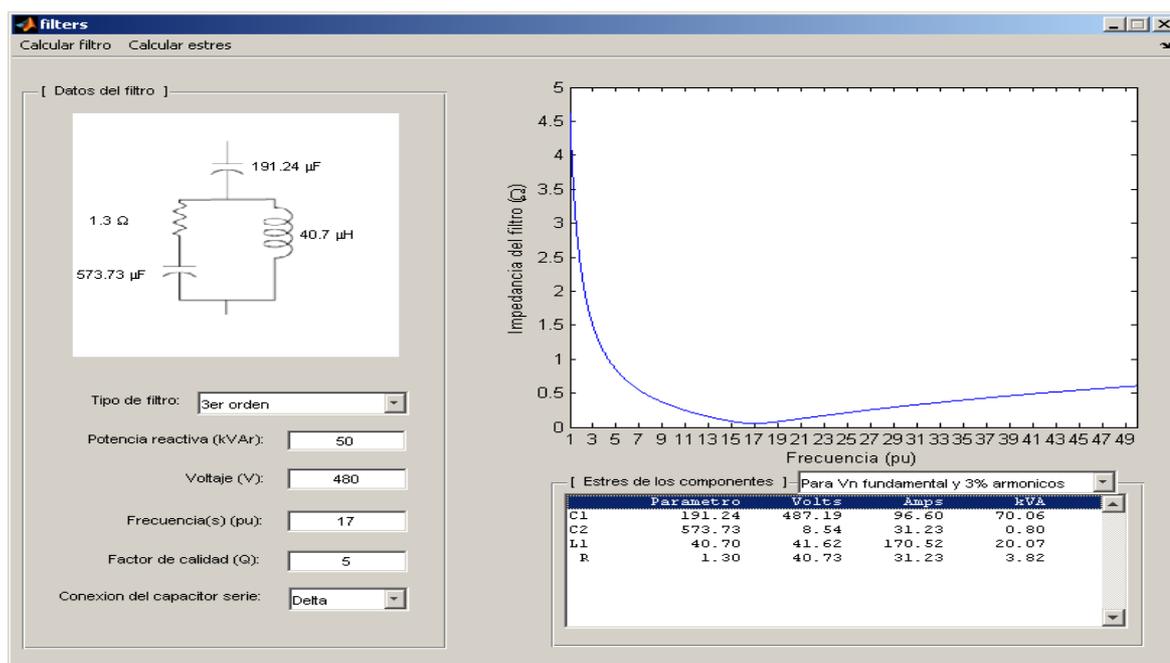


Fig. 7. Ventana principal de la aplicación FILTERS.

CONCLUSIONES

En el trabajo se desarrolla un procedimiento general para, conocido el factor de calidad Q; determinar los parámetros R, L y C de los filtros pasivos de armónicos a partir de la potencia del condensador o para cumplir una potencia reactiva generada a la frecuencia fundamental. Siguiendo este procedimiento se han determinado las ecuaciones correspondientes para el cálculo de los parámetros de los distintos tipos de filtro, algunas de las cuales no se ofrecen en la literatura consultada. Además, se describe la aplicación Matlab FILTERS que calcula los parámetros R, L y C de los distintos tipos de filtro y evalúa el estrés a que se someten los componentes de los mismos.

REFERENCIAS

- [1] IEEE. "IEEE Recommended Practices and Requirements for Harmonic Control in Electrical Power Systems". IEEE Standard 519-1992, New York, 2004, ISBN 1559372397
- [2] IEEE, "Guide for Applying Harmonic Limits on Power Systems, P519A/D7, Prepared by the P519A Task Force of the Harmonics Working Group (IEEE PES T&D Committee) and SCC22 - Power Quality". July 2000.
- [3] IEC. IEC/TR 61000-3-6 "Electromagnetic compatibility (EMC) –Part 3-6: Limits – Assessment of emission limits for the connection of distorting installations to MV, HV and EHV power systems". Technical report, 2nd Edition, February 2008, Disponible en: <http://webstore.iec.ch/webstore/webstore.nsf/artnum/039088!opendocument>, ISBN 2831896053.
- [4] DUGAN, R. C. *et al.*, "Electrical Power Systems Quality". 2nd Edition, McGraw-Hill, 2004, 521 p., ISBN 9780071386227.
- [5] EGUILUZ, L. I. *et al.*, "Aspectos Técnico-Económicos de la Calidad en el Suministro Eléctrico, Universidad de Cantabria". 1998. 227 p., ISBN 8469901109.
- [6] ARRILLAGA, J.; WATSON, N. R., "Power Systems Harmonic". 2nd Edition, New York: Wiley, 2003, ISBN 0470872490.
- [7] "Matlab: The language of technical computing, R2011b". [consulta: 5 de febrero del 2010]. Disponible en: <http://www.mathworks.com/help/toolbox/physmod/powersys/ref/threephaseharmonicfilter.html>

AUTORES

Ignacio Pérez Abril

Profesor Titular, Dr. CT. Director del Centro de Estudios Electroenergéticos. Universidad Central de Las Villas, Cuba. e-mail: iperez@uclv.edu.cu