



## Modelo dinámico de la máquina sincrónica de polos salientes en vectores espaciales y su aplicación al control directo de par

Alain Amador  
Alexander Bueno  
José M. Amador

Recibido: Octubre del 2008

Aprobado: Diciembre del 2008

### Resumen/ Abstract

En este trabajo se desarrolla el modelo dinámico de la máquina sincrónica de polos salientes (MSPS) en vectores espaciales referidos tanto al sistema de coordenadas estatórico como al rotórico. El modelo en vectores espaciales de la máquina sincrónica de polos salientes es una herramienta útil para el desarrollo de diversos métodos de control vectorial. Para demostrar algunas de las características y ventajas del modelo propuesto, se analiza con esta herramienta a manera de ejemplo, un controlador directo de par (DTC). Las ventajas obtenidas con esta técnica de modelación, pueden ser extendidas a muchos otros componentes del sistema eléctrico tales como transformadores, líneas, cargas, convertidores electrónicos de potencia y otros tipos de máquinas eléctricas de corriente alterna.

Palabras claves: modelo vectorial control directo del par

*In this work, a dynamic model of the salient-pole synchronous machine is developed using space vectors referred to the stator and rotor frames.. The space vector model of the salient-pole synchronous machine is a useful development tool for vector control applications. Finally, to prove some advantages of the proposed model, a Direct Torque Control (DTC) is analyzed using this technique. The different advantages obtained with this modeling technique can be extended to other electric system components, such as transformers, transmission lines, loads, electronic power converters and other alternating current machines.*

*Keywords: salient-pole synchronous machine, space vector model, direct torque control*

### INTRODUCCIÓN

En la actualidad, muchos accionamientos de máquinas eléctricas rotativas utilizan la técnica del control vectorial [1-3]. Esta técnica se

fundamenta en la representación de las variables trifásicas instantáneas mediante un vector en el espacio, cuya magnitud y fase son variables en el tiempo [4]. Esta representación utiliza las

componentes simétrica como núcleo de la transformación de coordenadas [5-6].

Los vectores espaciales se vienen utilizando desde la década de los 80 para representar tanto el comportamiento de la máquina de inducción, como de los puentes convertidores asociados a su operación [1-2-4]. Los convertidores se representan mediante un conjunto finito de vectores espaciales igualmente espaciados, cada uno de los cuales está asociado con el estado de conectividad de los interruptores del puente. De esta forma, un modelo vectorial del convertidor electromecánico permite analizar el conjunto convertidor-máquina-control de una forma integral [7].

La máquina síncrona ha venido escalando un papel cada día más protagónico en los accionamientos, debido a la posibilidad de controlar la velocidad mediante convertidores electrónicos de potencia [8]. Estas máquinas están reemplazando cada día más al motor de corriente continua, debido tanto a la eliminación del conmutador electromecánico como a su alta eficiencia. El desarrollo actual de cerámicas con altas densidades de campo magnético [9-12], ha impulsado aun más el uso de la máquina síncrona de imán permanente y de reluctancia, en gran variedad de aplicaciones industriales debido a que no requieren fuentes de excitación para alimentar los devanados rotóricos y la reducción de pérdidas es significativa en este tipo de convertidores.

Tradicionalmente la modelación de la máquina síncrona se realiza aplicando la transformación de Park [13-14], al modelo clásico en coordenadas primitivas. La aplicación directa de esta transformación determina el modelo  $(dq0)$  ampliamente conocido en la literatura [6-15-16]. El análisis del conjunto controlador-máquina, utilizando la transformación de Park, requiere la adecuación entre el sistema de coordenadas asociado a los vectores espaciales, solidario al estator de la máquina con el sistema  $(dq0)$ , cuyo sistema de referencia gira con el rotor del convertidor electromecánico.

La aplicación de la transformación a vectores espaciales del modelo de la máquina síncrona reduce significativamente la deducción de las ecuaciones diferenciales que rigen su comportamiento, compatibiliza las variables utilizadas en el sistema y proporciona una representación compacta que permite la interpretación de resultados, el desarrollo de nuevos sistemas de control y la identificación de parámetros [1-2].

En este trabajo se desarrolla el modelo de la máquina, desde su formulación en las variables originales  $(abc)$ , pasando por la transformación a

vectores espaciales  $(\alpha\beta0)$  y refiriendo estas ecuaciones al sistema de referencia que gira solidario con el rotor  $(dq0)$ . El modelo obtenido se utiliza, como ejemplo para analizar el comportamiento dinámico de una máquina síncrona de polos salientes, accionada mediante un controlador vectorial basado en el control directo de par (DTC), desarrollado durante la década de los 80 por Takahashi [17].

## MODELO DE LA MÁQUINA SÍNCRÓNICA

En la figura 1 se presenta el diagrama esquemático de una máquina síncrona trifásica de polos salientes sin devanados amortiguadores. Este convertidor posee cuatro bobinas, tres en el estator y un devanado de campo en el rotor [6,15,18].

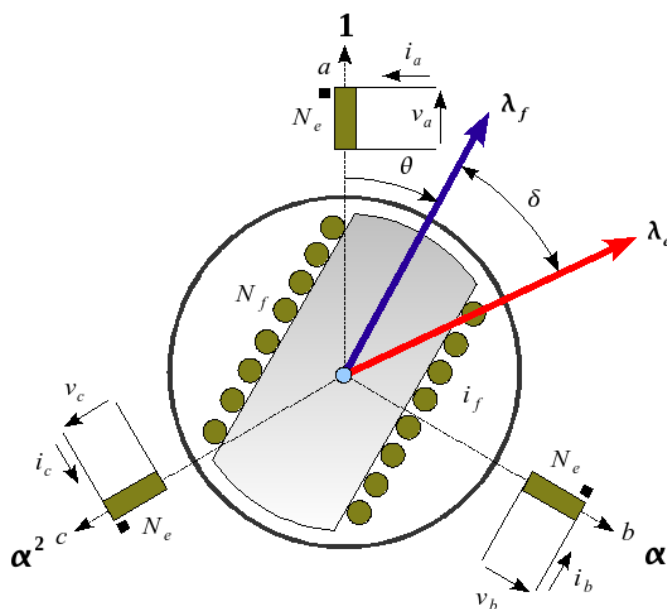


Fig. 1. Diagrama esquemático de una máquina síncrona de polos salientes sin devanados amortiguadores.

Analizando el comportamiento de los ejes eléctricos de la máquina síncrona en el sistema de coordenadas correspondiente a las bobinas reales o físicas, se satisface el siguiente sistema de ecuaciones:

$$[v_{abc,f}] = [R_{abc,f}][i_{abc,f}] + \frac{d}{dt}[\lambda_{abc,f\partial}] \quad (1)$$

En los sistemas lineales, la relación entre las corrientes que circulan por las bobinas y los enlaces de flujo que las enlazan vienen dados por la relación:

$$[\lambda_{abc,f}(\theta, i)] = [L_{abc,f}(\theta)][i_{abc,f}] \quad (2)$$

Sustituyendo esta relación en la expresión *Error!* No se encuentra el origen de la referencia. Se obtiene el resultado siguiente:

$$\begin{aligned} [v_{abc,f}] &= [R_{abc,f}][i_{abc,f}] + [L_{abc,f}]\frac{d}{dt}[i_{abc,f}] + \dots \\ &\dots + \dot{\theta}\frac{d}{d\theta}[L_{abc,f}][i_{abc,f}] \\ &= [R_{abc,f}][i_{abc,f}] + [L_{abc,f}]p[i_{abc,f}] + \dots \\ &\dots + \dot{\theta}[\tau_{abc,f}][i_{abc,f}] \end{aligned} \quad (3)$$

El sistema de ecuaciones diferenciales (3), representa el comportamiento dinámico de las bobinas de la máquina sincrónica en coordenadas primitivas. Este sistema se puede expresar en forma canónica como:

$$p[i_{abc,f}] = [L_{abc,f}]^{-1} \{ [v_{abc,f}] - [[R_{abc,f}] + \dot{\theta}[\tau_{abc,f}]] [i_{abc,f}] \} \quad (4)$$

La matriz de inductancia  $[L_{abc,f}]$  depende de la posición relativa  $\theta$  del rotor con respecto al estator, por esta razón la matriz de transición de estado también depende de la posición angular del rotor. Si la velocidad de la máquina es constante, la posición angular del rotor es:

$$\theta = \theta_0 + \omega_m t \quad (5)$$

La solución del sistema puede obtenerse mediante métodos numéricos de integración, utilizando algoritmos tales como Euler, Runge-Kutta o Adams entre otros. El principal inconveniente que se presenta con esta formulación es la necesidad de evaluar e invertir la matriz de inductancias de la máquina en cada paso de integración, debido a la dependencia de esta matriz con la posición angular  $\theta$  del rotor. Los computadores y microprocesadores actuales son capaces de resolver este problema, aun cuando en el pasado estos cálculos representaban grandes dificultades por los requerimientos de memoria y velocidad. Por este motivo, durante varias décadas se desarrollaron transformaciones de coordenadas que simplifican el problema, aceleran notablemente los cálculos y permiten interpretar más fácilmente el comportamiento dinámico y estático de la máquina sincrónica [15-16-18].

Durante los períodos transitorios, la velocidad angular de la máquina cambia y la posición  $\theta$  del rotor es una nueva variable de estado que debe

ser evaluada para determinar su dependencia temporal. En este caso es necesario incorporar una ecuación adicional al sistema 4 para determinar el comportamiento dinámico del eje mecánico de la máquina [6]:

$$\frac{1}{2}[i_{abc,f}]^t [\tau_{abc,f}][i_{abc,f}] - T_m = J\ddot{\theta} + \alpha\dot{\theta} \quad (6)$$

Esta expresión representa el balance entre el par eléctrico y mecánico en el eje del rotor. El par acelerante es igual al par eléctrico del convertidor, menos el par resistente opuesto por la carga y por las pérdidas mecánicas. La ecuación diferencial 6 puede ser expresada mediante dos ecuaciones diferenciales de primer orden:

$$\begin{cases} \dot{\omega}_m = \frac{1}{J} \left( \frac{1}{2}[i_{abc,f}]^t [\tau_{abc,f}][i_{abc,f}] - T_m - \alpha\dot{\theta} \right) \\ \dot{\theta} = \omega_m \end{cases} \quad (7)$$

Donde:

$J$	momento de inercia del rotor,
$T_m$	par mecánico resistente,
$\alpha$	coeficiente de fricción dinámica

El sistema de seis ecuaciones diferenciales formado por las cuatro ecuaciones del sistema 4 y las dos ecuaciones mecánicas representadas por la expresión 7, definen el comportamiento dinámico y transitorio completo de la máquina sincrónica de la figura 1. Este sistema de ecuaciones diferenciales es no lineal y los coeficientes son variables en el tiempo, por este motivo es necesario recurrir a técnicas numéricas para evaluar el comportamiento de la máquina o simplificar el problema mediante la técnica de transformación de coordenadas.

En la matriz de inductancia de la máquina sincrónica, se encuentra toda la información necesaria para determinar su comportamiento. En la matriz de inductancia se resume la información sobre la disposición geométrica de las bobinas, sus acoplamientos, números de vueltas y reluctancias de los diferentes caminos magnéticos. Una vez conocida la matriz de inductancias se puede evaluar la matriz de par, calculando la derivada parcial de esta matriz con respecto a la posición angular del rotor. La matriz de inductancias de la máquina sincrónica esquematizada en la figura 1 posee la siguiente estructura:

$$[L_{abc,f}] = \begin{bmatrix} [L_{ee}(\theta)] & [L_{er}(\theta)] \\ [L_{re}(\theta)] & L_f \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$[L_{ee}(\theta)] = \begin{bmatrix} L_{aa}(\theta) & M_{ab}(\theta) & M_{ac}(\theta) \\ M_{ba}(\theta) & L_{bb}(\theta) & M_{bc}(\theta) \\ M_{ca}(\theta) & M_{cb}(\theta) & L_{cc}(\theta) \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$[L_{ef}(\theta)] = [L_{fe}(\theta)]^t = \begin{bmatrix} M_{af}(\theta) \\ M_{bf}(\theta) \\ M_{cf}(\theta) \end{bmatrix}, \quad (10)$$

Donde:

$e$  : subíndice referido a las bobinas del estator,

$f$  : subíndice referido a las bobinas del campo,

$a, b, c$  subíndices de las tres bobinas físicas del estator.

Cada una de las inductancias de la máquina sincrónica se puede representar como una función del ángulo  $\theta$ . Esta función es periódica porque se repite cada vez que el rotor realiza un giro completo. Esta propiedad permite representar estas funciones mediante expansiones en series de Fourier, con el ángulo  $\theta$  como variable. Si la pieza polar se diseña para producir una distribución sinusoidal del campo magnético en el entrehierro, es posible representar las inductancias de la máquina con un número reducido de los términos de la serie. La expresión de la matriz de inductancias más simple consiste en considerar términos dependientes hasta en  $2\theta$ , para las inductancias estator-estator y términos en  $\theta$ , para las inductancias estator-rotor.

La inductancia del rotor  $L_f$ , es independiente de la posición  $\theta$  del rotor debido a que el estator de la máquina es aproximadamente liso, si se desprecia el efecto de las ranuras. Si el rotor de la máquina es de polos salientes, el resto de las inductancias propias y mutuas dependen de la posición angular  $\theta$ . Cuando la pieza polar del rotor se encuentra alineada con una de las bobinas del estator, el camino magnético posee la máxima permeancia. Si la pieza polar se encuentra en cuadratura con alguna de las bobinas, el entrehierro es mayor y disminuye la permeancia. La variación de la permeancia depende del ángulo  $2\theta$ , porque una bobina alineada con el polo norte del rotor tiene el mismo camino magnético si el alineamiento

ocurre con el polo sur. Estas inductancias se pueden representar aproximadamente mediante las siguientes funciones [6]:

$$L_{aa}(\theta) = L_{1e} + M_{2e} \cos 2\theta + \dots \quad (11)$$

$$L_{bb}(\theta) = L_{1e} + M_{2e} \cos 2(\theta - \frac{2\pi}{3}) + \dots \quad (12)$$

$$L_{cc}(\theta) = L_{1e} + M_{2e} \cos 2(\theta - \frac{4\pi}{3}) + \dots \quad (13)$$

$$M_{ab}(\theta) = M_{ba}(\theta) = -M_{1e} - M_{2e} \cos 2(\theta + \frac{\pi}{6}) + \dots \quad (14)$$

$$M_{ac}(\theta) = M_{ca}(\theta) = -M_{1e} - M_{2e} \cos 2(\theta - \frac{\pi}{6}) + \dots \quad (15)$$

$$M_{bc}(\theta) = M_{cb}(\theta) = -M_{1e} - M_{2e} \cos 2(\theta + \frac{\pi}{2}) + \dots, \quad (16)$$

Donde [19]:

$$L_d \equiv \frac{3}{2}(L_{1e} + M_{2e}); L_q \equiv \frac{3}{2}(L_{1e} - M_{2e}); L_{df} \equiv \sqrt{\frac{3}{2}}M_{ef} \quad (17)$$

$$L_{1e} = \frac{L_d + L_q}{3}; M_{2e} = \frac{L_d - L_q}{3}$$

(18)

$$M_{1e} \square \frac{L_{1e}}{2} \quad (19)$$

La aproximación 19 se obtiene al despreciar la dispersión de las bobinas estáticas. En la práctica la dispersión se puede incluir mediante una inductancia adicional completamente desacoplada.

En lo que se refiere a los acoplamientos mutuos estator-rotor, la funcionalidad de las inductancias es diferente porque al girar el rotor en  $\pi$ , la bobina del campo invierte su polaridad. Las inductancias del estator varían entre un valor máximo y un mínimo, siempre positivo respecto a la posición angular del rotor. Por otra parte, los acoplamientos mutuos estator-rotor varían entre unos los valores máximos positivo y negativo, cuya magnitud es idéntica. Las inductancias mutuas entre el estator y el rotor pueden ser aproximadas mediante las siguientes funciones [6]:

$$M_{af}(\theta) = M_{fa}(\theta) = M_{ef} \cos \theta + \dots \quad (20)$$

$$M_{bf}(\theta) = M_{fb}(\theta) = M_{ef} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + \dots \quad (21)$$

$$M_{cf}(\theta) = M_{fc}(\theta) = M_{ef} \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) + \dots \quad (22)$$

Si el rotor de la máquina síncrona es liso, todas las inductancias del estator son independientes de la posición del rotor. En esta situación la matriz de inductancias  $[L_{abc,f}(\theta)]$ , se expresa de la siguiente forma:

$$[L_{abc,f}(\theta)] = \begin{bmatrix} L_e & M_e & M_e & M_f \cos \theta \\ M_e & L_e & M_e & M_f \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ M_e & M_e & L_e & M_f \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ M_f \cos \theta & M_f \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & M_f \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & L_f \end{bmatrix} \quad (23)$$

La solución del sistema de ecuaciones diferenciales de una máquina síncrona de rotor liso en coordenadas primitivas, también requiere el uso de métodos numéricos, debido a la dependencia de las inductancias mutuas entre el estator y el campo, con la posición  $\theta$  del rotor, tal como se observa en la matriz de inductancia  $[L_{abc,f}(\theta)]$  23. Un modelo de la máquina síncrona de rotor liso o de polos salientes sin dependencia en la posición angular  $\theta$ , se puede obtener mediante transformaciones del sistema de coordenadas [6-15-18]. La transformación a vectores espaciales utilizada ampliamente en las máquinas de inducción, aun cuando mantiene la dependencia con la posición angular  $\theta$ , el modelo del convertidor electromecánico en este sistema de coordenadas, simplifica esta dependencia y evita el cambio del sistema de coordenadas para las operaciones de control con convertidores electrónicos de potencia [1-2].

## TRANSFORMACIÓN A VECTORES ESPACIALES

Para aplicar la transformación de vectores espaciales a las ecuaciones (3) y 6, que representan el comportamiento de la máquina síncrona en coordenadas primitivas, es conveniente expresar por separado las ecuaciones del estator y del rotor:

$$[v_e] = [R_e][i_e] + p\{[L_{ee}][i_e] + [L_{ef}][i_f]\} \quad (24)$$

$$v_f = R_e i_f + p\{[L_{fe}][i_e] + L_f i_f\} \quad (25)$$

Aplicando la transformación de vectores espaciales conservativos en potencia a la expresión 25 [7], se obtienen el siguiente resultado:

$$v_e = R_e i_e + p \lambda_e \quad (26)$$

Donde:

$$\lambda_e = (L_{1e} + M_{1e})i_e + \frac{3}{2}M_{2e}e^{j2\theta}i_e^* + \sqrt{\frac{3}{2}}M_{ef}e^{j\theta}i_f \quad (27)$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2}{3}}(v_a + \alpha v_b + \alpha^2 v_c) \quad (28)$$

$$\sqrt{\frac{3}{2}}(1 \quad \alpha \quad \alpha^2)[R_e][i_e] = R_e i_e \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{3}{2}}(1 \quad \alpha \quad \alpha^2)[L_{ee}][i_e] &= (L_{1e} + M_{1e})i_e + \frac{3}{2}M_{2e}e^{j2\theta}i_e^* = \\ &= \frac{1}{2}(L_d + L_q)i_e + \frac{1}{2}(L_d - L_q)e^{j2\theta}i_e^* \end{aligned} \quad (30)$$

$$\sqrt{\frac{3}{2}}(1 \quad \alpha \quad \alpha^2)[L_{ef}]i_f = L_{df}e^{j\theta}i_f \quad (31)$$

$$\alpha = e^{j\frac{2\pi}{3}} ; \alpha^2 = e^{j\frac{4\pi}{3}} \quad (32)$$

Reemplazando las definiciones de los vectores espaciales en la ecuación 25, se obtiene:

$$v_f = R_f i_f + p \left\{ L_{df} \left[ \frac{e^{j\theta}i_e^* + e^{-j\theta}i_e}{2} \right] + L_f i_f \right\} \quad (33)$$

Reemplazando la definición de los vectores espaciales en la expresión 6, se obtiene el par eléctrico:

$$\begin{aligned} T_e &= \frac{1}{2}[i_{abc,f}]^T [\tau_{abc,f}] [i_{abc,f}] \\ &= \frac{1}{2}[i_e]^T [\tau_{ee}][i_e] + [i_e]^T [\tau_{ef}]i_f \\ &= \Im m \left\{ \frac{1}{2}(L_d - L_q)(e^{-j\theta}i_e^*)^2 + L_{df}(e^{-j\theta}i_e) \right\} \end{aligned} \quad (34)$$

Las expresiones 28, 33 y 34 modelan la máquina síncrona utilizando vectores espaciales. La principal ventaja de esta transformación consiste en la reducción de las tres ecuaciones del estator a una sola en variable compleja. Por otra parte, aun cuando la

dependencia angular en  $\theta$  se mantiene en este sistema de coordenadas, las correspondientes expresiones han sido simplificadas convenientemente al utilizar los términos  $e^{\pm j\theta}$ . En la expresión 34, correspondiente al par eléctrico, pueden observarse dos componentes: el par de reluctancia y el par producido por la interacción entre las fuerzas magnetomotrices del estator y del campo.

## TRANSFORMACIÓN A COORDENADAS ROTÓRICAS

Para eliminar la dependencia en  $\theta$ , existente en el modelo de la máquina sincrónica en vectores espaciales, es posible referir las variables del estator al sistema de referencia del rotor, el cual se encuentra exactamente en la posición  $\theta$  con respecto al sistema solidario con el estator. Por esta razón es posible multiplicar la ecuación del estator por el término de rotación  $e^{-j\theta}$  para referir estas ecuaciones a un sistema de coordenadas sincronizado con el eje del campo. Este nuevo sistema de coordenadas es conocido como  $dq$ . El eje directo  $d$  apunta en la misma dirección que el eje del campo  $f$ . El eje cuadratura  $q$  se encuentra a  $\pi/2$  en adelante con respecto al eje  $d$ . De esta forma, se pueden introducir las siguientes definiciones:

$$\mathbf{v}_e^{dq} \equiv v_d + jv_q = \mathbf{v}_e e^{-j\theta} \quad (35)$$

$$\mathbf{i}_e^{dq} \equiv i_d + ji_q = \mathbf{i}_e e^{-j\theta} \quad (36)$$

Derivando la expresión 36 se obtiene la relación siguiente:

$$e^{-j\theta} p\mathbf{i}_e = pi_d + jpi_q + j\dot{\theta}\mathbf{i}_e^{dq} \quad (37)$$

Al multiplicar la ecuación 26 por el término de rotación  $e^{-j\theta}$ , se obtiene:

$$\begin{aligned} v_e^{dq} = R_e \mathbf{i}_e^{dq} + \frac{1}{2}(L_d + L_q)(p\mathbf{i}_e^{dq} + j\dot{\theta}\mathbf{i}_e^{dq}) + \dots \\ \dots + \frac{1}{2}(L_d - L_q)(p\mathbf{i}_e^{dq} + j\dot{\theta}\mathbf{i}_e^{dq})^* + L_{df}(pi_f + j\dot{\theta}i_f) \end{aligned} \quad (38)$$

Descomponiendo la expresión 38 en parte real e imaginaria, resulta:

$$v_d = R_e i_d + p(L_d i_d + L_{df} i_f) - \dot{\theta} L_q i_q = R_e i_d + p\lambda_d - \dot{\theta}\lambda_q \quad (39)$$

$$v_q = R_e i_q + p(L_q i_q) + \dot{\theta}(L_d i_d + L_{df} i_f) = R_e i_q + p\lambda_q + \dot{\theta}\lambda_d \quad (40)$$

Realizando transformaciones semejantes en la ecuación 33 se obtiene el resultado siguiente:

$$v_f = R_f i_f + p(L_f i_f + L_{df} i_d) = R_f i_f + p\lambda_f \quad (41)$$

Finalmente transformando las variables espaciales de la expresión 34 correspondiente al par eléctrico, se obtiene:

$$\begin{aligned} T_e &= (L_d - L_q)i_d i_q + L_{df} i_q i_f \\ &= \lambda_d i_q - \lambda_q i_d = \boldsymbol{\lambda}_e^{dq} \times \mathbf{i}_e^{dq} \end{aligned} \quad (42)$$

El sistema de ecuaciones diferenciales que determina el comportamiento dinámico de la máquina sincrónica se puede expresar de la siguiente forma:

$$\begin{cases} v_d = R_e i_d + p\lambda_d - \omega\lambda_q \\ v_q = R_e i_q + p\lambda_q + \omega\lambda_d \\ v_f = R_f i_f + p\lambda_f \\ J\dot{\omega} = \boldsymbol{\lambda}_e^{dq} \times \mathbf{i}_e^{dq} - T_m(\omega) \end{cases}, \quad (43)$$

Donde:

$$\begin{aligned} \lambda_d &= L_d i_d + L_{df} i_f \\ \lambda_q &= L_q i_q \\ \lambda_f &= L_f i_f + L_{df} i_d \\ \boldsymbol{\lambda}_e^{dq} &= \lambda_d + j\lambda_q \end{aligned}$$

Para el caso particular de las máquinas sincrónicas de imán permanente el término  $L_f i_f$  se sustituye por el enlace de flujo producido por el magneto. Por facilidad de construcción, la mayoría de estas máquinas tienen un comportamiento similar a las de rotor liso ( $L_d \approx L_q$ ). Los motores de reluctancia pueden ser modelados utilizando el sistema de ecuaciones diferenciales 43, considerando que la corriente de campo es nula ( $i_f = 0$ ).

## CONTROL DIRECTO DE PAR

Durante la década de los 80, se introduce una técnica avanzada de control vectorial denominada control directo de par y flujo (DTC) o (Direct Self Control), la cual suministra una consigna de disparo para los componentes de un puente inversor controlado en tensión [17-20]. Este esquema permitió reducir la dependencia del controlador con la variabilidad de los parámetros de la máquina.

Este problema dificultaba la implantación industrial de controladores por campo orientado en las máquinas de inducción, las cuales cambiaban sus parámetros durante la operación [4].

El DTC resolvió estas dificultades al permitir controlar directamente el par y el flujo con una dependencia mínima de los parámetros. Esta técnica se fundamenta en la posibilidad de estimar con precisión tanto el par eléctrico ( $T_e$ ), como los enlaces de flujo del estator ( $\lambda_e$ ), midiendo solamente corrientes y tensiones en las bobinas del estator del convertidor electromecánico. Para una máquina polifásica de corriente alterna, al utilizar el sistema de coordenadas correspondiente a los vectores espaciales referidos al estator, se obtiene el par eléctrico y los enlaces de flujo como:

$$\lambda_e = \int (\mathbf{v}_e - R_e \mathbf{i}_e) dt \quad (44)$$

$$T_e = \lambda_e \times \mathbf{i}_e \quad (45)$$

El único parámetro involucrado en la estimación del par eléctrico instantáneo y el enlace de flujo del estator, es la resistencia del estator ( $R_e$ ), tal como se observa en 44 y 45. El error introducido en la estimación por la variación de esta resistencia por efecto térmico, es despreciable y puede ser reducido utilizando métodos de estimación paramétrica en tiempo real [1].

El puente inversor trifásico está compuesto por tres ramas con dos interruptores cada una. Los interruptores de cada rama operan de manera complementaria, a fin de evitar el cortocircuito de la fuente de alimentación. Esto produce dos posibles estados en cada rama, que implican ( $2^3$ ) posibles estados para todo el puente. De estos ocho estados, dos corresponden al vector nulo, cuando las tres ramas coinciden simultáneamente en el mismo estado de conectividad. Los restantes seis estados, definen vectores espaciales de tensión de igual magnitud y desfasados  $\pi/3$  entre ellos.

En la figura 2 se muestran los posibles vectores espaciales, asociados a la conectividad del puente inversor.

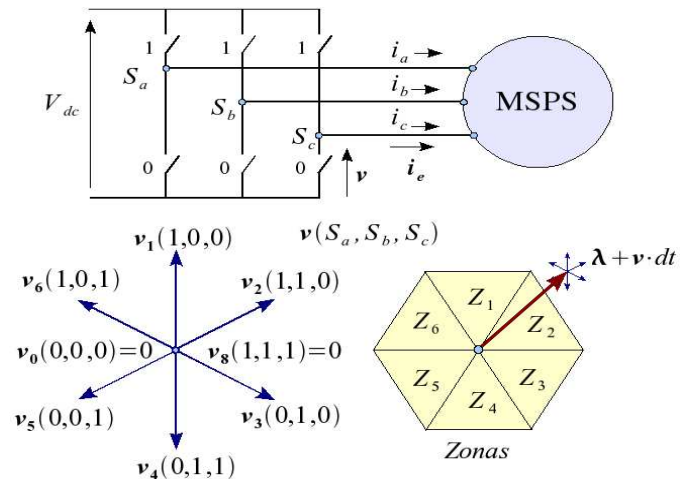


Fig. 2. Vectores espaciales de la tensión en función de la conectividad del puente inversor trifásico.

En la figura 3, se muestra el esquema de DTC utilizado para regular el par y el flujo del motor sincrónico. En este controlador, se comparan los errores entre las variables y sus referencias, tanto para el par eléctrico, como para el enlace de flujo estatórico, utilizando comparadores de dos niveles con histéresis.

A partir de los resultados obtenidos de estas comparaciones y de la posición angular del enlace de flujo del estator, se determina el vector espacial de tensión que reduce ambos errores, de acuerdo con su ubicación en alguna de las zonas identificadas en la figura 2. Conociendo las tensiones espaciales requeridas por la máquina, para cada condición de los errores de par y flujo, en cada posición espacial del flujo, se construye una tabla que determina la conectividad adecuada del puente inversor que debe ser aplicada a la máquina.

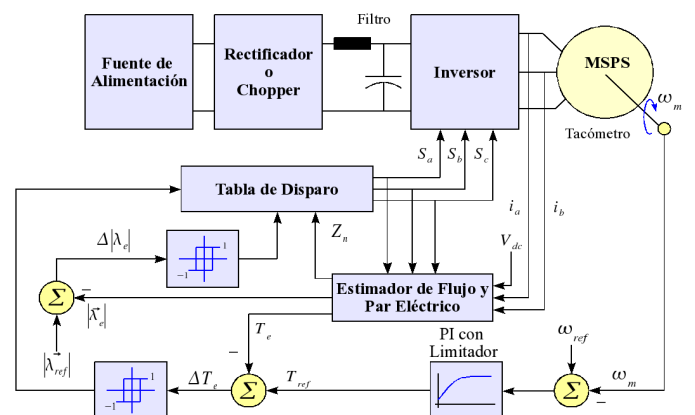


Fig. 3. Diagrama de control directo de par de la máquina sincrónica.

En la tabla 1 se muestra las tensiones espaciales del inversor para cada una de las zonas del flujo de acuerdo a la salida de los comparadores de par y flujo. Con la finalidad de incrementar la velocidad de cambio del par eléctrico y magnitud del enlace de flujo, no se utiliza el vector espacial de tensión que se encuentra dentro de la zona de localización del enlace de flujo, así como tampoco el localizado en la zona opuesta.

$\Delta \lambda_e $	$\Delta T_e$	$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$	$Z_4$	$Z_5$	$Z_6$
1	1	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$	$v_1$
1	-1	$v_6$	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$
-1	1	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$	$v_1$	$v_2$
-1	-1	$v_5$	$v_6$	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$

### EJEMPLO DE APLICACIÓN

Con la finalidad de ilustrar el uso del modelo vectorial de la máquina síncrona de polos salientes y su accionamiento mediante DTC, se modeló el convertidor electromecánico con los siguientes parámetros en un sistema de unidades adimensionales de base coherente, tanto para el estator como el rotor. Los parámetros utilizados se indican en la tabla 2.

$R_e$	$R_f$	$L_{\sigma e}$	$L_{\sigma f}$	$L_d$	$L_q$	$L_{df}$	$H$
0,01	0,01	0,1	0,15	1,0	0,6	0,9	1,06

La corriente nominal de campo produce la tensión nominal en la condición de vacío y la carga mecánica es una bomba con la siguiente característica:

$$T_m(\omega) = 0,3 + 0,7\omega^2 \quad (46)$$

Se simularon 2 segundos de operación, durante el arranque desde velocidad cero, utilizando un algoritmo de integración numérica Runge-Kuta de segundo orden con un paso fijo de integración de  $30\mu s$ .

En la figura 4 se presentan la corriente en la fase a del estator, la velocidad mecánica del eje y el par eléctrico del convertidor para una referencia

de par y enlace de flujo 1.0 pu respectivamente. Durante el proceso de aceleración de la máquina en vacío ( $T_m = 0$ ). En la figura 5 se muestra un gráfico similar, pero accionando la bomba descrita en 46.

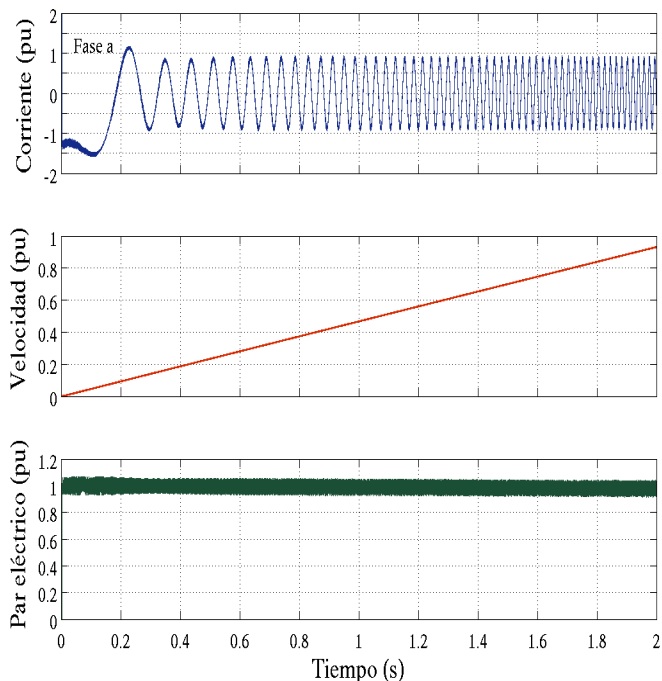


Fig. 4. Corriente en la fase a, velocidad angular y par eléctrico de la máquina síncrona accionada mediante DTC sin carga mecánica.

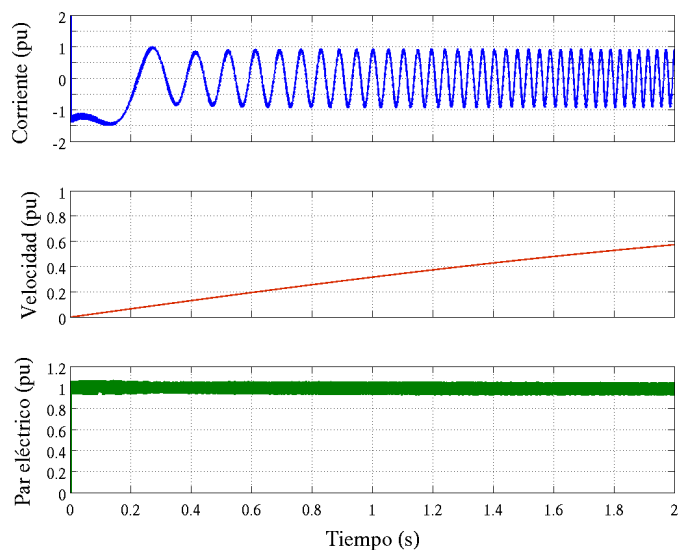


Fig. 5. Corriente en la fase a, velocidad angular y par eléctrico de la máquina síncrona accionada utilizando DTC a una bomba.



En las figuras 4 y 5 se observa la capacidad del controlador para mantener la referencia de par eléctrico independientemente de la carga mecánica acoplada al eje de la máquina síncrona. En la figura 5 se muestra como el proceso de aceleración de la máquina es influenciado por la carga mecánica. Sin embargo, las magnitudes de las corrientes se mantienen prácticamente constantes pero con frecuencias diferentes debido a la mayor lentitud del proceso de aceleración. El rizado que se observa en las características de par eléctrico se puede reducir disminuyendo la histéresis de los controladores a expensas de aumentar la frecuencia de conmutación del inversor y sus pérdidas. En la figura 6 se ha representado el vector espacial del enlace de flujo del estator cuando se utiliza una referencia unitaria. La magnitud del enlace de flujo se logra establecer en menos de  $180\mu s$ , después de lo cual mantiene su magnitud prácticamente constante. En la figura 7 se muestra el comportamiento del vector espacial de la corriente del estator para mantener la consigna de par eléctrico y enlace de flujo. Debido al establecimiento casi instantáneo de la magnitud del enlace de flujo, aparecen sobrecorrientes transitorias cuya duración también está en el orden de los  $180\mu s$ . Para limitar la magnitud de estas corrientes se puede limitar el crecimiento de la magnitud del enlace de flujo aplicando una rampa de crecimiento preestablecida.

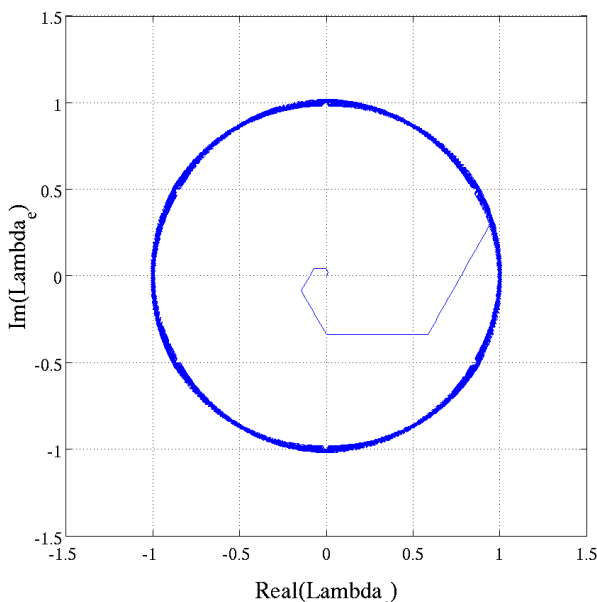


Fig. 6. Vector espacial del enlace de flujo del estator para una consigna unitaria.

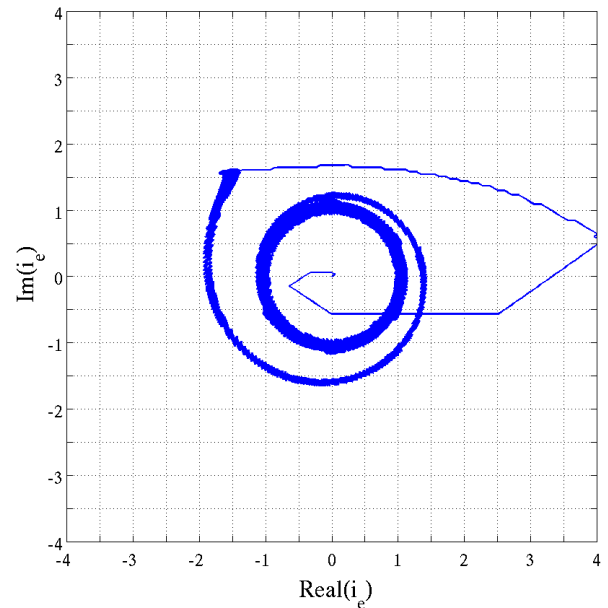


Fig. 7. Vector espacial de la corriente del estator cuando se tiene una consigna unitaria tanto para el par eléctrico como para el enlace de flujo del estator.

## CONCLUSIONES

En este trabajo se introduce un modelo vectorial conservativo en potencia de la máquina síncrona de polos salientes sin devanados amortiguadores. Las transformaciones vectoriales simplifican la determinación del modelo clásico de Park, ampliamente utilizado en la literatura para analizar este tipo de máquinas. El modelo vectorial tiene la ventaja de integrar el convertidor electrónico, su control y la máquina eléctrica. Esto permite simplificar la deducción de las ecuaciones diferenciales que rigen el comportamiento del sistema y puede ser una herramienta eficaz para la implementación computacional, la estimación en tiempo real, el análisis de las variables transitorias, los estudios armónicos y el análisis de régimen permanente. El método propuesto es fácilmente extensible para la inclusión de los devanados amortiguadores, los imanes permanentes y también permite la simulación de los motores síncronos de reluctancia.

La técnica propuesta permitió la modelación práctica y eficiente de un control directo de par y es completamente aplicable a cualquier tipo de convertidor electrónico de potencia.

## RECONOCIMIENTOS

Los autores quieren agradecer al Decano de Investigaciones y Desarrollo de la Universidad Simón Bolívar, los recursos invertidos en el

grupo de Sistemas Industriales de Electrónica de Potencia, los cuales permitieron la realización de este trabajo.

## REFERENCIAS

- [1] Bose, B. : *Modern Power Electronics and AC Drives*. Prentice Hall, 2002.
- [2] R. Krishnan: *Electric Motor Drives, Modeling, Analysis, and Control*. Prentice Hall, 2001.
- [3] B. W. Williams: *Power Electronics, Devices, Driver and Applications*. John Wiley & Sons, Inc., 1987.
- [4] W. Leonhard : *Control of Electrical Drives*. Springer – Verlag. Berlin 1985.
- [5] Kron, G. : *Equivalent Circuits of Electric Machinery*. John Wiley & Sons, New York, 1951.
- [6] D. C. White and H. H. Woodson: *Electromechanical Energy Conversion*. John Wiley & Sons, New York, 1959.
- [7] J. M. Aller, A. Bueno and T. Paga: "Power system analysis using spacevector transformation," *Power Systems, IEEE Transactions on*, vol. 17, no. 4, pp. 957–965, 2002.
- [8] N. Mohand, T. Underland, and W. Robbins: *Power Electronics Converters, Applications and Desing*. John Wiley & Sons, Inc., 1995.
- [9] .Dutta, R. and M. F. Rahman, : "Design and Analysis of an Interior Permanent Magnet (IPM) Machine with Very Wide Constant Power Operation Range," in *IEEE Industrial Electronics, IECON* 2006 - 32nd Annual Conference on, pp. 1375–1380, 2006.
- [10] F. Rahman and R. Dutta : "An investigation of a segmented rotor interior permanent magnet (IPM) machine for field weakening," in *Power Electronics and Drive Systems*. PEDS. The Fifth International Conference on, vol. 1, pp. 17–20, 2003.
- [11] Dutta, R. : *A Segmented Interior Permanent Magnet Synchronous Machine with Wide Field-Weakening Range*. PhD thesis, School of Electrical Engineering and Telecommunications, 2007.
- [12] A. M. , EL-Refaie, R. Manzke, and T. M. Jahns: "Application of bi-state magnetic material to automotive offset-coupled ipm starter/alternator machine," *IEEE Trasactions on Industry Applications*, vol. 40, no. 3, pp. 12–16, 2004.

l.com

[13] R. H. Park : "Two Reaction Theory of Synchronous machines, Part. I," *AIEE Trans.*, vol. 48, pp. 716–727, 1929.

[14] R. H. Park, : "Two Reaction Theory of Synchronous machines, Part. II," *AIEE Trans.*, vol. 52, pp. 352–355, 1933.

[15] C. Concordia, *Synchronous Machines: Theory and Performance*. General Electric Company, 1951.

[16] B. Adkins and R. G. Harley: *The General Theory of Alternating Current Machines*, Chapman and Hall, London, 1975.

[17] T. Naguchi & I. Takahashi : "A new quickresponse and high-efficiency control strategy of an induction motor" *IEEE Transactions on Industry Applications*, IA-22; pp. 820-827, 1986.

[18] E. W. Kimbark: *Power System Stability: Synchronous Machines*, vol. III. Ed. Dover Publications, Inc, 1956.

[19] P. Anderson and A. Fouad : *Power System Control and Stability*, The Iowa State University Press, US, 1977.

[20] M. Depenbrock: "Direkt selbstregelung (DSR) für hochdynamische Drehfeldantriebe mit Stromrichterschaltung." *ETZ*, vol. A 7; pp. 211-18, 1985.

## AUTORES

### Alain Amador León

Ingeniero Electricista ,Magíster en Ingeniería Eléctrica, Profesor Auxiliar , de la Facultad de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Central de las Villas, Cuba.

Email: amador@uclv.edu.cu

### Alexander Bueno Montilla

Ingeniero Electricista, Universidad Simón Bolívar, Venezuela. Magíster en Ingeniería Eléctrica,.Candidato al Doctorado Individualizado en Ingeniería Eléctrica,Profesor Titular .

Email: bueno@usb.ve; abuenom@gmail.com

### José Manuel Aller

Ingeniero Electricista , Universidad Simón Bolívar, Venezuela, Magíster en Ingeniería Eléctrica ,Doctor Ingeniero Industrial, Universidad Politécnica de ETSII, Madrid – España.Profesor Titular.e-mail: jaller@usb.ve ; jose.aller@gmai