



Algoritmo para la determinación de los parámetros del motor de inducción por datos nominales

Ignacio Romero
Bárbara Pérez

Recibido: Abril del 2008
Aprobado: Mayo del 2008

Resumen / Abstract

El trabajo presenta un nuevo enfoque para el cálculo de los parámetros del circuito equivalente para régimen nominal, utilizando el teorema de Thevenin y las expresiones deducidas del mismo. Se comparan los resultados obtenidos por esta metodología con varias vías, existentes en la literatura y a través de los ensayos típicos (vacío, rotor bloqueado y CD) para el motor de inducción de rotor en jaula. La metodología se aplica a dos motores y muestra efectividad en este campo.

Palabras clave: Motor de inducción, estimación de parámetros, circuito equivalente

Presently article is carried out an analysis from the experimental point of view of the variables of diagnosis state (Opacity of the gases, temperatura of the gases of the escape, consumption of fuel) for the determination of the technical state or condition the injection apparatus of a diesel motive installation.

Key words: Induction motors, parameter estimation, equivalent circuit

INTRODUCCIÓN

El circuito equivalente del motor de inducción siempre ha constituido un elemento de gran importancia para determinar el comportamiento energético y el funcionamiento en régimen estacionario. La determinación de sus parámetros es de vital importancia, existen muchos trabajos que tratan de cómo obtenerlos entre ellos los siguientes: Costa Montiel,¹ estima todos los parámetros del CE partiendo de ecuaciones obtenidas empíricamente y del mismo circuito, suponiendo las pérdidas en el acero y las mecánicas entre otras, no incluye la resistencia de magnetización; Lehtla^{2,3} la EMTP⁴ utilizan el circuito equivalente del MI considerando el efecto pelicular o de ranuras profundas, aunque lo hace para utilizarlo

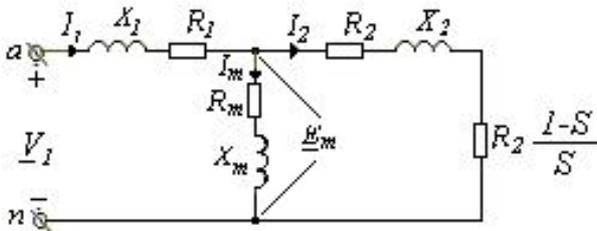
como parámetros iniciales en la identificación usando Fuzzy; la IEEE-112,⁵ aunque es un método de laboratorio se puede emplear si se estiman las magnitudes en vacío y como carga se toman los datos nominales. Muchos métodos requieren o no la resistencia del devanado del estator como uno de los datos, otros ofrecen fórmulas empíricas.⁶ Se puede considerar el efecto pelicular por el trabajo de Costa Montiel,¹ por Jimmie Cathey.⁷

MATERIALES Y MÉTODOS: MODELO A UTILIZAR

Existen varios modelos que pudieran utilizarse para representar al motor de inducción^{3,4,5,7} pero el de mayor relevancia ha sido por mucho tiempo el circuito equivalente en T con los parámetros de la rama de magnetización en paralelo (figura 1), o su equivalente

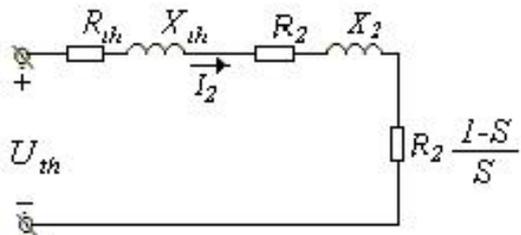
serie, cuando se consideran las pérdidas en el acero a través de una resistencia. En este trabajo se utilizará el circuito de la figura 1, donde los parámetros del rotor están referidos al estator.

Partiendo del modelo general se obtiene el circuito equivalente de Thevenin (figura 2), del cual se deduce que dicha tensión representa una magnitud compleja, y está asociada con la impedancia del mismo nombre como se puede apreciar en las referencias 7 y 8.



Circuito equivalente en T del motor de inducción.

1



Circuito equivalente de Thevenin.

2

Sin considerar la resistencia de la rama de magnetización se tiene las siguientes expresiones:

- Tensión de Thevenin, U_{th}

$$\underline{U}_{th} = \frac{X_m}{(X_1 + X_m)} \cdot V_1 \quad \dots(1)$$

- Resistencia de Thevenin, R_{th}

$$R_{th} \equiv \left[\frac{X_m}{(X_1 + X_m)} \right]^2 \cdot R \quad \dots(2)$$

- Reactancia de Thevenin, X_{th}

$$X_{th} = \frac{X_m}{(X_1 + X_m)} \cdot X \quad \dots(3)$$

donde:

V_1 , X_1 , R_1 : Tensión de alimentación, resistencia y reactancia del devanado del estator respectivamente y X_m reactancia de magnetización.

Datos nominales

Para la aplicación de esta metodología se necesitan datos nominales de potencia (P_n), tensión (U_n), corriente (I_n), velocidad en el eje (n), frecuencia (f_n), factor de potencia ($\cos \phi$), coeficiente de sobrecarga (k_s) y resistencia del estator (R_1) si se dispone, de lo contrario se inicia con valor cero.

Adicionalmente se necesitan otros datos que se obtienen de los anteriores como son: tensión de fase de acuerdo con la conexión del devanado de estator, ángulo del factor de potencia, resistencia y reactancia nominal, número de par de polos, deslizamiento nominal, velocidad angular, torque nominal y máximo.

Algoritmo de cálculo fundamental

El algoritmo de la figura 3 explica la metodología propuesta para el cálculo de los parámetros del circuito equivalente por los datos nominales, se parte de los mismos, se calculan otros parámetros nominales adicionales, incluyendo la selección de las tensiones y corrientes según la conexión, inicia el proceso iterativo principal y llega a un segundo bucle que puede causar variaciones en el factor de potencia indicado dependiendo de la diferencia entre la componente activa de las corrientes del estator y rotor, luego en dependencia del conocimiento o no de la resistencia del devanado de estator recalcula los valores de la misma y de la reactancia hasta cumplir con un error determinado.

Principales ecuaciones utilizadas por el algoritmo

Partiendo de la expresión de torque obtenida del circuito equivalente de Thevenin (figura 2) se calcula la impedancia, en valor absoluto, para régimen de máximo (Z_m) como sigue

$$Z_m = \frac{3 \cdot p \cdot U_{th}^2}{4 \cdot \pi \cdot f \cdot M_m} - R_{th} \quad \dots(4)$$

donde:

p : Número de pares de polos.

f : Frecuencia en hertz (Hz).

M_m Torque máximo en Newton metro (NM).

La reactancia de cortocircuito (x_{cc}) se calcula por

$$x_{cc} = \sqrt{Z_m^2 - R_{th}^2} \quad \dots(5)$$

La división de las reactancias inductivas se realiza considerando la clase del motor de acuerdo con las normas NEMA. Para un motor clase B

$$x_1 = 0,4 \cdot x_{cc} \quad y \quad x_2 = 0,6 \cdot x_{cc} \quad \dots(6)$$

La impedancia para régimen nominal (Z_n), en valor absoluto, toma la forma de la ecuación

$$z_n = \frac{3 \cdot p \cdot U_{th}^2}{4 \cdot \pi \cdot f \cdot M_n} - R_{th} \quad \dots(7)$$

donde:

M_n : Torque nominal en Newton metro (Nm).

La resistencia del rotor (R_2) se obtiene despejando de la expresión de torque nominal

$$R_2 = s_n \cdot \left(z_n + \sqrt{z_n^2 - z_m^2} \right) \quad \dots(8)$$

donde:

S_n : Deslizamiento nominal o a plena carga en valores relativos.

Utilizando el circuito equivalente de Thevenin, la corriente del rotor (I_2), en forma compleja, se calcula por

$$I_2 = \frac{U_{th}}{R_{th} + \frac{R_2}{s_n} + j \cdot X_{cc}} \quad \dots(9)$$

La corriente por el estator, en forma compleja (I_{1s}), para el régimen nominal

$$I_{1s} = I_n \cdot e^{-j\varphi} \quad \dots(10)$$

donde:

I_n : Valor efectivo de la corriente nominal en ampere (A).

φ : Ángulo del factor de potencia.

La corriente de la rama de magnetización (I_m), también en forma compleja

$$I_m = I_{1s} - I_2 \quad \dots(11)$$

La tensión en la rama de magnetización (U_{mag}), en forma compleja.

$$U_{mag} = V_1 - I_{1s} \cdot (r_1 + j \cdot x_1) \quad \dots(12)$$

donde:

r_1 y x_1 : Significan resistencia y reactancia del devanado del estator en ohm(Ω).

La impedancia de la rama de magnetización (Z_m), en forma compleja

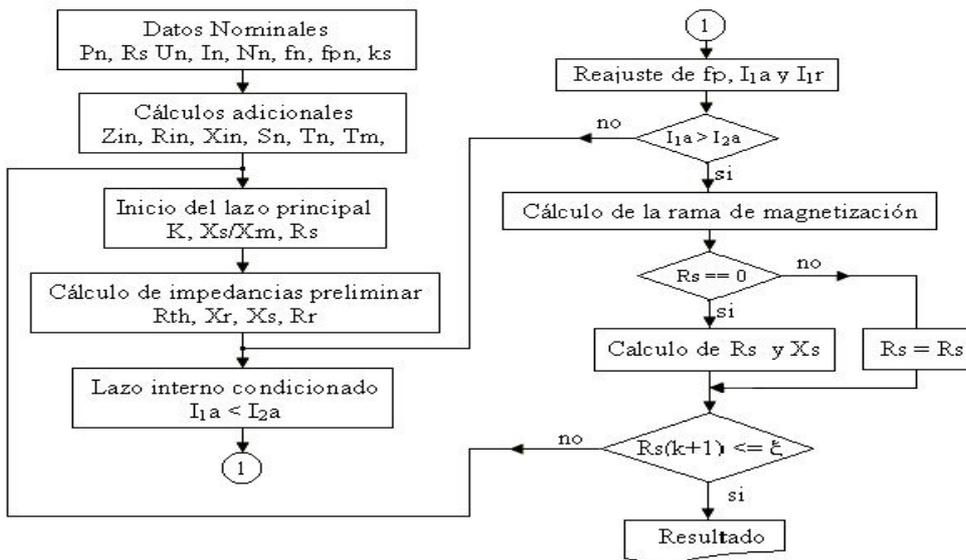
$$Z_m = \frac{U_{mag}}{I_m} \quad \dots(13)$$

Luego se realiza la separación de la reactancia (X_m) y resistencia de magnetización (R_m)

$$R_m = \text{parte real de } (Z_m).$$

$$X_m = \text{parte imaginaria de } (Z_m). \quad \dots(14)$$

Es importante resaltar que la resistencia de magnetización puede resultar negativa cuando por alguna razón existe un factor de potencia no acertado como nominal, en tal sentido la componente activa de la corriente del estator se hace menor que la del rotor y es necesario una corrección del factor de potencia, dentro de las variaciones aceptadas según fabricantes.



Algoritmo de cálculo fundamental.

Consideración del efecto pelicular y variación con el deslizamiento

Al circular corriente por los devanados es necesario tener en cuenta que debido al efecto pelicular las densidades de corrientes se distribuyen irregularmente por la ranura. Como consecuencia las componentes activa y reactiva de la impedancia varían con un coeficiente k_r y k_x respectivamente.

En las referencias 8 y 9 se destaca que ambos coeficientes dependen de la altura reducida del conductor elemental ξ ,

$$\xi = h \cdot \Delta \quad \dots(15)$$

definida como la relación de la altura del conductor (h) a la profundidad de penetración del campo electromagnético (α).

$$\Delta = \sqrt{\frac{\mu_o \pi f b_1}{\rho_t b_r}} \quad \dots(16)$$

donde:

b_r y b_1 : Ancho de la ranura y de los conductores en la ranura, respectivamente.

F : Frecuencia del circuito.

ρ_t : Resistencia específica a la temperatura t del material.

En baja tensión y motores con potencia nominal (P_n) menores que 1000 kW, clase de diseño básico se pueden utilizar ecuaciones de la altura (h) del conductor elemental en función del número de polos, los cuales sirven para determinar los coeficientes para la resistencia y reactancias a través de expresiones empíricas existente en las bibliografías analizadas.

$$h = \lambda \cdot (P_n)^k \quad \dots (17)$$

donde:

$\lambda = 10,877$ y $k = 0,3284$ para dos (2) polos.

$\lambda = 10,360$ y $k = 0,3906$ para cuatro (4) polos.

$\lambda = 12,851$ y $k = 0,2009$ para seis (6) polos.

$\lambda = 14,338$ y $k = 0,2045$ para ocho (8) polos.

P_n = Potencia nominal del motor, en watt (w).

Otra vía es considerar las dependencias de resistencia y reactancias por experiencias directas⁷ en este campo de investigadores de prestigio internacional.

$$R_{2p} = \left[0,5 + 0,5 \left(\frac{s}{s_m} \right)^{1/2} \right] R_2 \quad \dots(18)$$

$$X_{2p} = \left[0,4 + 0,6 \left(\frac{s_m}{s} \right)^{1/2} \right] X_2 \quad \dots(19)$$

donde:

s_m : Deslizamiento crítico y s toma valores desde el arranque hasta el s_m .

PARTE EXPERIMENTAL: IMPLEMENTACIÓN DE METODOLOGÍAS

Para validar este nuevo enfoque se comparan los parámetros obtenido por vía experimental, a través de los ensayos de CD, vacío y a rotor bloqueado, según la norma *IEEE Std 112-1996*⁵ y la metodología⁸ para dos motores de baja potencia, ambos en conexión estrella 60 Hz y los resultados que se obtienen por varios métodos que aparecen en la literatura analizada,^{1,3,4} además de la propuesta. Los datos nominales necesarios de ambos motores se recogen en la tabla 1.

Las metodologías utilizadas para determinar las impedancias del circuito equivalente son:

Ensayos \Rightarrow Ensayos típicos (vacío, rotor bloqueado y CD).
Me. I Rs \Rightarrow Método propuesto por ISMM con resistencia conocida.

Me. I. NRs \Rightarrow Método propuesto por ISMM con resistencia desconocida.

Me. Costa \Rightarrow Metodología propuesta por Ángel Costa Montiel y otros.

Me. Lehtla \Rightarrow Metodología encontrada por Lehtla, con resistencia desconocida.

Me. IEEE \Rightarrow Metodología dada por la IEEE-112B, asumiendo los datos en vacío y la carga como la nominal, resistencia del estator conocida.

RESULTADOS

Los valores de los parámetros del circuito equivalente para régimen nominal del motor de 3 kW, obtenidos por cada metodología analizada, se encuentran en las tablas 2 y 3, donde, se han situado las diferencias absolutas para cada parámetro, tomando como referencia los obtenidos a través de los ensayos típicos. Los resultados de los ensayos, para ambos motores, además de otros datos nominales, se muestran en el anexo A.

En la tabla 2 se observa que las impedancias del estator y rotor presentan muy poca variación para la metodología propuesta comparado con los resultados experimentales, mientras que otros métodos se alejan significativamente para la resistencia del estator y reactancia del rotor.

En la tabla 3 las diferencias absolutas entre los valores calculados por diferentes metodologías versus resultados de ensayos, se observa muy poca variación para la metodología propuesta.

Tabla 1 Datos nominales necesarios para la metodología propuesta						
	Parámetros nominales y de catálogo					
	P_n (W)	U_n (V)	I_n (A)	n (rpm)	$\cos \varphi$	k_s
Motor No. 1	3 000	220,00	11,04	3 470,00	0,86	2,20
Motor No. 2	18 650	230,00	62,70	1 728,00	0,87	2,00

Tabla 2 Parámetros del circuito equivalente por cada metodología para el motor No. 1						
Parámetros (Ohm)	Metodologías implementadas					
	Ensayos	Me. I. Rs.	Me. I. NRs	Me. Costa	Me Lehtla	Me. IEEE
R_1	0,465 0	0,465 0	0,459 9	0,824 4	0,074 5	0,465 0
X_1	1,127 9	1,126 1	1,128 3	0,846 5	0,946 9	2,503 4
R_2	0,516 8	0,458 5	0,458 8	0,415 6	0,275 4	0,390 6
X_2	1,691 9	1,689 2	1,692 5	1,269 7	1,144 6	3,736 4
R_m	7,311 2	7,300 9	7,347 4			3,883 6
X_m	29,496 5	29,522 4	29,537 1	34,178 1	41,935 8	33,670 7

Tabla 3 Diferencias absolutas por metodologías versus ensayos para el motor No.1					
Parámetros (Ohm)	Metodologías implementadas				
	Me. I. Rs.	Me. I. NRs	Me. Costa	Me Lehtla	Me. IEEE
R_1	----	0,005 1	0,359 4	0,390 5	----
X_1	0,001 8	0,000 4	0,281 4	0,181 0	1,375 5
R_2	0,058 3	0,058 0	0,101 2	0,241 4	0,126 2
X_2	0,002 7	0,000 6	0,422 2	0,547 3	2,044 5
R_m	0,010 3	0,036 2			3,427 6
X_m	0,025 9	0,040 6	4,681 6	12,439 3	4,174 2

Las diferencias absolutas para la metodología propuesta oscilan de 0,000 4 hasta 0,058 3, lo cual demuestra el bajo grado de error de los valores obtenidos.

Para los métodos propuestos Me. I Rs. Y Me. I. NRs los errores se encuentran en los límites de 0 a 12,57 %, los mayores en la resistencia de magnetización, para un promedio general de 8,23 %; El método de Costa oscila entre 4,31 y 82,3%, este último en la resistencia del estator, los demás métodos dan una variación mucho más grande que alcanzan los 93,7 %.

Para el motor 2, los parámetros obtenidos por las diferentes metodologías y las diferencias absolutas versus ensayos se sitúan en el anexo B, (tabla B.1 y tabla B.2 respectivamente, y muestran resultados semejantes a los del motor 1.

CONCLUSIONES

- El método propuesto generaliza para los casos de resistencia del estator conocida o no.
- Solo utiliza un parámetro de difícil comprobación, el coeficiente de sobrecarga, que aunque puede afectar es prácticamente insignificante.
- El parámetro nominal que requiere de mayor precisión es el factor de potencia que influye notablemente en la rama de magnetización.
- La variación del factor de potencia que realiza el algoritmo se basa en las variaciones permisibles del mismo según catálogos.
- La comparación con los resultados de ensayos, muestran efectividad del método.

REFERENCIAS

1. **Costa Montiel, A. A. y otros:** Cálculo de los parámetros del motor de inducción a partir de datos de catálogo", *Energía y Computación*, 01 Jul. 2004.
2. **Lehtla, T. Joller; J. M. Lehtla and J. Laugis:** *Parameter Identification and Comparison of an Induction Motor Model, Power Electronics and Variable Speed Drives*, Eighth International Conference on (IEE Conf. Publ. No. 475), 201-205, 2000.
3. ———: Parameter Identification and Comparison of an Induction Motor Models. Disponible: http://www.ene.ttu.ee/elektrijamid/teadus/artiklid/Comp_OF_models/. Visitado: Enero 2004
4. **Martinez, J. A.; B. Johnson and C. Grande-Moran:** "Parameter Determination for Modeling System Transients Part IV: Rotating Machines", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 20, No. 3, July 2005.
5. *IEEE Standard Test Procedure for Polyphase Induction Motors and Generators, IEEE Std 112-1996 (Revision of IEEE Std 112-1991)*, IEEE Power Engineering Society, February 27, 1997.
6. **Heureux, G. L.; B. Steele and R. Minhaz:** Field Estimation of Induction Motor Efficiency, Marzo, 2006.

Disponible : http://www.ee.umanitoba.ca/programs/undergraduate/courses/coursehome/c24400/24_400/2006-07/FinalReports/G19%20Final%20Report%202006.pdf. Visitado febrero 2007.

7. **Cathey Jimmie, J.:** *Electric Machines: Analysis and Design Applying MATLAB*, McGraw-Hill, New York, USA, 2003.

8. **Fitzgerald, A. E.; Kingsley Charles Jr., and Umans Stephen D.:** *Electric Machinery*, Sixth Edition, Publisher: McGraw-Hill, New York USA, 2003.

9. **Kostenko, M. P. and L. M. Piotrovski:** *Máquinas Eléctricas*. t. II. Editorial Mir, Moscu, URSS, 1976.

AUTORES

Ignacio Romero Rueda

Ingeniero Electricista, Máster en Electromecánica Minero Metalúrgica, Profesor Auxiliar, Departamento de Ingeniería Eléctrica, Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa (ISMM), Holguín, Cuba

e-mail: iromero@ismm.edu.cu

iromero66@yahoo.es

Bárbara Pérez Mena

Ingeniera Electricista, Instructora, Departamento de Ingeniería Eléctrica, ISMM, Holguín, Cuba

e-mail: bperez@ismm.edu.cu

ANEXOS**A. Datos nominales adicionales y de ensayo**

Tabla A.1										
Datos nominales motores de inducción trifásicos de rotor en jaula 60 Hz										
	Tipo y Conexión	P_n (kW)	U_n (V)	I_n (A)	n (rpm)	T_n (Nm)	K_s Tm/Tn	$\cos \varphi_n$ (%)	η_n (%)	R_1 (Ohm)
Motor No.1	B - Y	3,00	220	11,04	3 470	8,26	2,20	86,0	79,3	0,465
Motor No.2	B - Y	18,65	230	62,7	1 728	103,07	2,00	87,0	74,6	0,116

Tabla A.2									
Datos de ensayos a motores de inducción trifásicos de rotor en jaula 60 Hz									
MI	Ensayo de marcha en vacío			Ensayo a rotor bloqueado				Ensayo de CD	
	P_v (W)	U_v (V)	I_v (A)	P_{rb} (W)	U_{rb} (V)	I_{rb} (A)	f_{rb} (Hz)	U_{cd} (V)	I_{cd} (A)
No.1	377,40	220	4,02	339,06	56,76	11,04	60	5,31	6,0
No.2	1550,00	230	4,10	9 600,00	26,80	25,00	15	13,80	13,0

Simbologías adicionales utilizadas en las tablas:

- T_n : Torque nominal, Nm.
- η_n : Rendimiento nominal.
- P_v P_{rb} : Potencia de marcha en vacío y a rotor bloqueado respectivamente, W
- U_v U_{rb} : Tensión de vacío y a rotor bloqueado, respectivamente, V.
- I_v I_{rb} : Corriente de vacío y a rotor bloqueado respectivamente, A.
- f_{rb} : Frecuencia del ensayo a rotor bloqueado.
- U_{cd} I_{cd} : Tensión y corriente durante el ensayo de corriente directa, V, A respectivamente.

La metodología para la determinación de los parámetros de motores de inducción a partir de ensayos típicos se encuentra en, *IEEE Std 112-1996*⁵ y *Fitzgerald*,⁸ donde existen recomendaciones para el o los métodos a emplear.

B. Resultados para el motor No. 2

Tabla B.1						
Parámetros del circuito equivalente por cada metodología para el motor No. 2						
Parámetros (Ohm)	Metodologías implementadas					
	Ensayos	Me. I. Rs.	Me. I. NRs	Me. Costa	Me Lehtla	Me. IEEE
R_1	0,115 8	0,115 8	0,102 9	0,020 5	0,007 3	0,115 8
X_1	0,235 4	0,211 1	0,217 0	0,176 2	0,167 5	0,439 1
R_2	0,083 5	0,085 8	0,086 6	0,087 1	0,059 0	0,076 7
X_2	0,353 1	0,302 1	0,310 7	0,264 3	0,202 5	0,655 4
R_m	0,874 3	0,729 2	0,884 1			0,855 6
X_m	6,296 5	6,304 3	6,388 7	7,772 1	8,032 5	7,789 7

Tabla B.2					
Diferencias absolutas por metodologías versus ensayos para el motor No. 2					
Parámetros (Ohm)	Metodologías implementadas				
	Me. I. NRs.	Me. I. Rs	Me. Costa	Me Lehtla	Me. IEEE
R_1	-----	0,012 9	0,095 3	0,108 5	----
X_1	0,024 3	0,018 4	0,059 2	0,067 9	0,203 7
R_2	0,002 3	0,003 1	0,003 6	0,024 5	0,006 8
X_2	0,051	0,042 4	0,088 8	0,150 6	0,302 3
R_m	0,145 1	0,009 8			0,018 7
X_m	0,007 8	0,092 2	1,475 6	1,736	1,493 2